

Структурный анализ – Метод сил

Продвинутая строительная механика

Проект ЭРАМКА

Оценка экологических рисков и их снижение в отношении объектов культурного наследия в

Центральной Азии

v2022317

This work is licensed under a [Creative Commons “Attribution-ShareAlike 4.0 International”](#) license.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

Преподаватель/задачи студентов

Введение

Метод сил(или гикость)

Примеры

Преподаватель/задачи студентов



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

 Предложите метод решения статически неопределимых конструкций, предполагающий в качестве неизвестных реакции "лишних" связей.

 Используйте метод. Примените метод к конструкциям с одной неизвестной "лишней" реакцией.

Введение



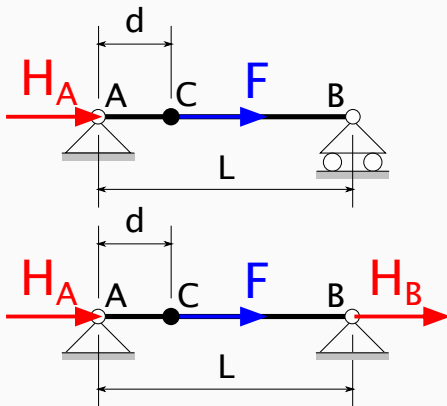
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

Статически неопределимые конструкции

- реакции или внутренние силы не могут быть определены только из уравнений статики (количество реакций или количество внутренних сил превышает количество уравнений статического равновесия)
- необходимо удовлетворять уравнениям равновесия (подразумевается, что конструкция находится в равновесии) и уравнениям совместности деформаций) и уравнениям силы-перемещения (способ, которым перемещение связано с силами)



$$g = 3n - \sum v$$

$$g = 3 \times 1 - (2_A + 1_B) = 0$$

$$H_A + F = 0$$

$$\Rightarrow H_A = -F$$

$$g = 3 \times 1 - (2_A + 2_B) = -1$$

$$H_A + F + H_B = 0$$

$$\Rightarrow H_A = -F - H_B$$

можно удовлетворить условиям равновесия с любым значением $H_B = X$, с $H_A = -F - X$. Возможно бесконечное количество решений

Метод сил



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



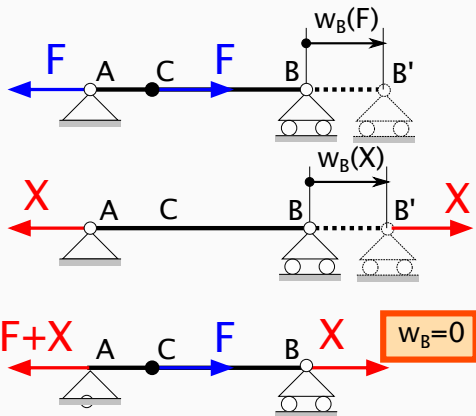
Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

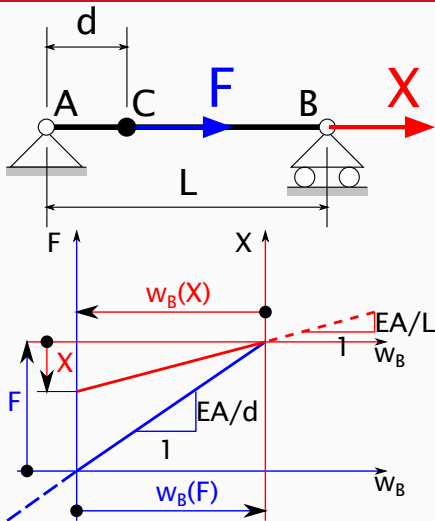
Уравнение совместности деформаций: выражает тот факт, что деформация конструкции, которая считается упругой и линейной, должна быть совместима с условиями на опорах.

На статически определимой конструкции можно рассчитать:

- перемещения под действием внешних сил
- перемещение под действием неизвестных сил

Используется совместимость с реальными опорами





- Одна из реакций обозначена как "лишняя" и ее исключают для получения статически определимой структуры.
- суперпозиция
- совместимость

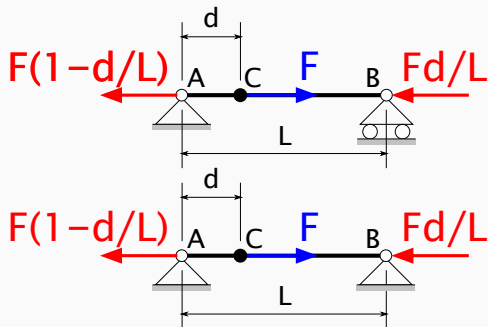
$$w_B(F) + w_B(X) = 0$$

$$\frac{F}{EA/d} + \frac{X}{EA/L} = 0 \Rightarrow X = -\frac{d}{L}F$$

Это значение X соответствует как совместимости, так и равновесию: это

Интерпретация решения

Силы, рассчитанные, как представлено выше, интерпретируются как опорные реакции, действующие на статически определимую конструкцию.

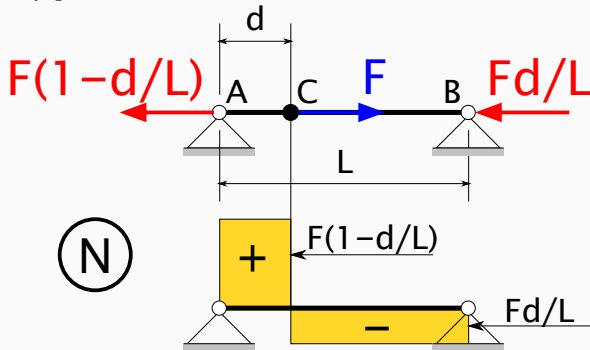


Для применения метода необходимо вычислить перемещения точек, в которых наложены условия
совместности

Опорные реакции и внутренние силы

Когда определяется неизвестное X :

- рассчитываются опорные реакции (на статически определимую конструкцию) от внешних нагрузок и X
- построены эпюры внутренних сил (N , M , T)



ПРИМЕРЫ

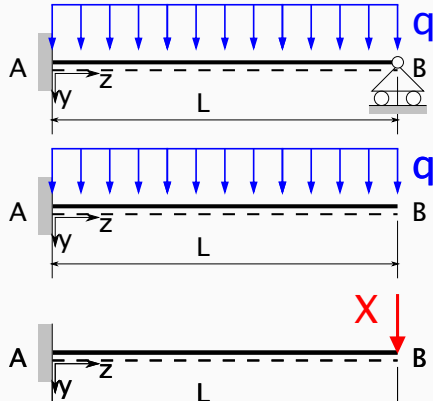


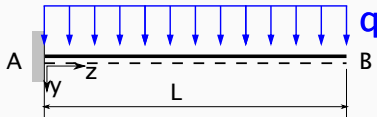
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

Определить опорные реакции и внутренние силы для статически неопределимой конструкции в первой степени, считая неизвестной вертикальную реакцию в точке B





Прогиб от равномерной нагрузки q :

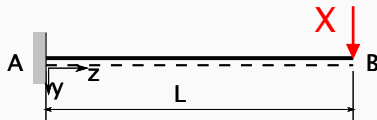
$$v = q \frac{z^4}{24EI_x} + C_1 z^3 + C_2 z^2 + C_3 z + C_4$$

с граничными условиями

- for A ($z = 0$): $v|_A = v(0) = 0$ and $v'|_A = v'(0) = 0$
- for B ($z = L$): $v''|_B = v''(L) = 0$ and $v'''|_B = v'''(L) = 0$

определяем: $C_1 = -\frac{qL}{6EI_x}$, $C_2 = -\frac{qL^2}{4EI_x}$, $C_3 = 0$, $C_4 = 0$, hence

$$v(z) = \frac{qz^2(6L^2 - 4Lz + z^2)}{24EI_x}, \quad v_B(q) = \frac{qL^4}{8EI_x}$$



перемещения для $q = 0$:

$$v = C_1 z^3 + C_2 z^2 + C_3 z + C_4$$

с граничными условиями:

- for A ($z = 0$): $v|_A = v(0) = 0$ and $v'|_A = v'(0) = 0$
- for B ($z = L$): $v''|_B = v''(L) = 0$ and $v'''|_B = -\frac{T_B}{EI_x} \Rightarrow v'''(L) = -\frac{X}{EI_x}$

соответственно $C_1 = -\frac{X}{6EI_x}$, $C_2 = \frac{XL}{2EI_x}$, $C_3 = 0$, $C_4 = 0$, следовательно

$$v(z) = -\frac{Xz^2(z - 3L)}{6EI_x}, \quad v_B(X) = \frac{XL^3}{3EI_x}$$

Совместимость:

$$v_B(q) + v_B(X) = 0$$

т.е. :

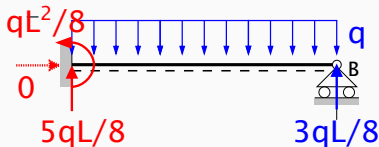
$$\frac{qL^4}{8EI_x} + \frac{XL^3}{3EI_x} = 0$$

Получается поперечная сила действующая в точке B ($T_B = X$):

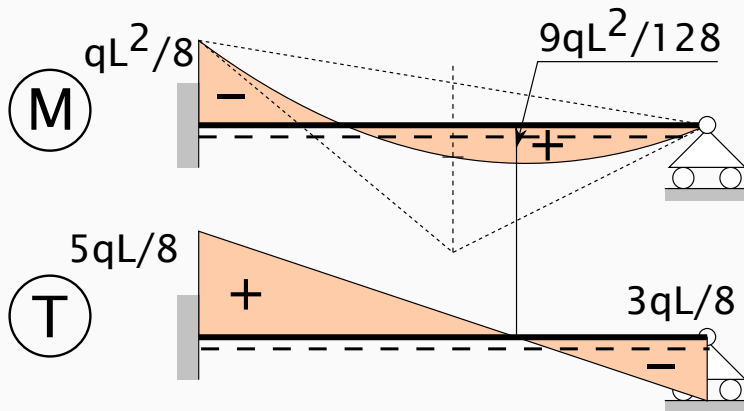
$$X = -\frac{3}{8}qL$$

Предполагая что V_B направлена вверх
 $V_B = -X = +3/8ql$

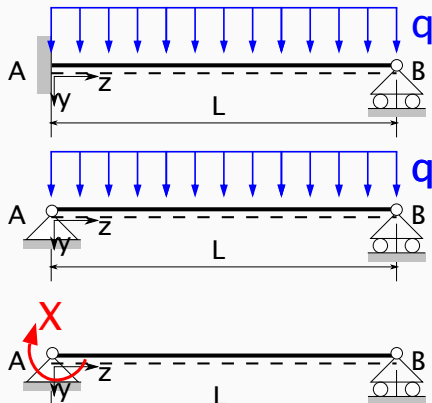
и можно рассчитать опорную реакцию в
 точке A

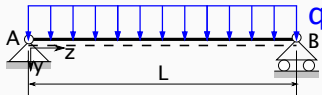


наконец, можно построить эпюру внутренних сил



Определить опорные реакции и внутренние силы для статически неопределимой конструкции первой степени, считая неизвестным момент в точке A.





Прогиб от равномерной нагрузки q :

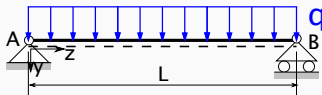
$$v = q \frac{z^4}{24EI_x} + C_1 z^3 + C_2 z^2 + C_3 z + C_4$$

граничные условия:

- for A ($z = 0$): $v|_A = v(0) = 0$ and $v''|_A = v''(0) = 0$
- for B ($z = L$): $v|_B = v(L) = 0$ and $v''|_B = v''(L) = 0$

и $C_1 = -\frac{qL}{12EI_x}$, $C_2 = 0$, $C_3 = \frac{qL^3}{24EI_x}$, $C_4 = 0$, hence

$$v(z) = \frac{qz(L^3 - 2Lz^2 + z^3)}{24EI_x}$$



Смещение:

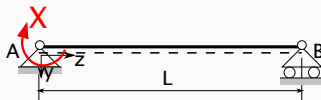
$$v(z) = \frac{qz(L^3 - 2Lz^2 + z^3)}{24EI_x \text{ Угол}}$$

Угол поворота производная:

$$v'(z) = \frac{q(L^3 - 6Lz^2 + 4z^3)}{24EI_x}$$

в частности поворот в точке A получается для $z = 0$:

$$\varphi_A(q) = -v'(0) = -\frac{qL^3}{24EI_x}$$



перемещение для $q = 0$:

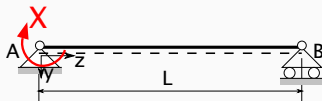
$$v = C_1 z^3 + C_2 z^2 + C_3 z + C_4$$

граничные условия:

- for A ($z = 0$): $v|_A = v(0) = 0$ and $v''|_A = -\frac{M_A}{EI_x} \Rightarrow v''(0) = -\frac{X}{EI_x}$
- for B ($z = L$): $v|_B = v(L) = 0$ and $v''|_B = -\frac{M_B}{EI_x} \Rightarrow v''(L) = 0$

находят: $C_1 = \frac{X}{6EI_x L}$, $C_2 = -\frac{XL}{2EI_x}$, $C_3 = \frac{XL}{3EI_x}$, $C_4 = 0$, hence

$$v(z) = \frac{Xz(z^2 - 3Lz + 2L^2)}{6EI_x L}$$



перемещение:

$$v(z) = \frac{Xz(z^2 - 3Lz + 2L^2)}{6EI_xL}$$

угол поворота:

$$v'(z) = \frac{X(3z^2 - 6Lz + 2L^2)}{6EI_xL}$$

в частности вращение в точке A получается для \$z = 0\$:

$$\varphi_A(X) = -v'(0) = -\frac{XL}{3EI_x}$$

условие совместности:

$$\varphi_A(q) + \varphi_A(X) = 0$$

или:

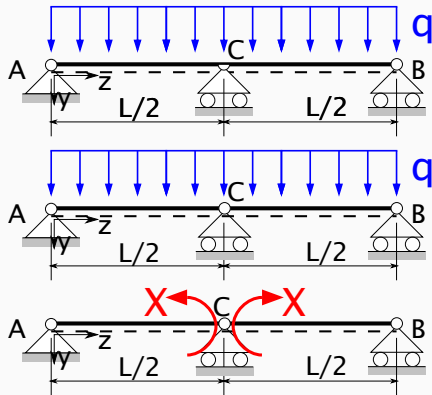
$$-\frac{qL^3}{24EI_x} - \frac{XL}{3EI_x} = 0$$

где можно получить изгибающий момент , при точке A ($M_A = X$)

$$X = -\frac{1}{8}qL^2$$

этот результат (и соответствующие внутренние силы) такой же, как и в предыдущем примере.

Определить опорные реакции и внутренние силы для статически неопределимой конструкции первой степени, считая неизвестным момент в точке C.



Вращение в одном конце балки длиной L под действием равномерной нагрузки q уже рассчитан в предыдущем примере:

$$\varphi_A(q) = -\frac{qL^3}{24EI_x}$$

Для балки BC (длиной $L/2$) находим:

$$\varphi_{CB}(q) = -\frac{q(L/2)^3}{24EI_x} = -\frac{qL^3}{192EI_x}$$

Поворот за счет пары сил X , приложенной к тому же концу (предыдущий пример):

$$\varphi_A(X) = -\frac{XL}{3EI_x}$$

для расстояния $L/2$:

$$\varphi_{CB}(X) = -\frac{X(L/2)}{3EI_x} = -\frac{XL}{6EI_x}$$

То же самое для балки **CA** (обратите внимание на знаки для правого конца). Эффект загрузки:

$$\varphi_{CA}(q) = \frac{q(L/2)^3}{24EI_x} = + \frac{qL^3}{192EI_x}$$

эффект пары сил X :

$$\varphi_{CA}(X) = \frac{X(L/2)}{3EI_x} = + \frac{XL}{6EI_x}$$

Совместимость: правое вращение слева от С должно быть равно правому, так что

$$\varphi_{CA}(q) + \varphi_{CA}(X) = \varphi_{CB}(q) + \varphi_{CB}(X)$$

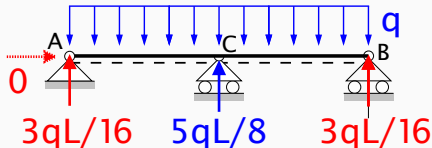
или:

$$\frac{qL^3}{192EI_x} + \frac{XL}{6EI_x} = -\frac{qL^3}{192EI_x} - \frac{XL}{6EI_x}$$

где можно получить изгибающий момент на средней опоре

$$X = M_C = -\frac{1}{32}qL^2$$

и опорные реакции для А и В



Наконец, можно построить окончательные эпюры внутренних сил.

