ТЕОРИЯ БАЛКИ - Осевые перемещения

Строительная механика

Проект ERAMCA

[Оценка экологических рисков и их снижение в отношении объектов культурного наследия в Центральной Азии]

v2o22317

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural Heritage Assets in Central Asia

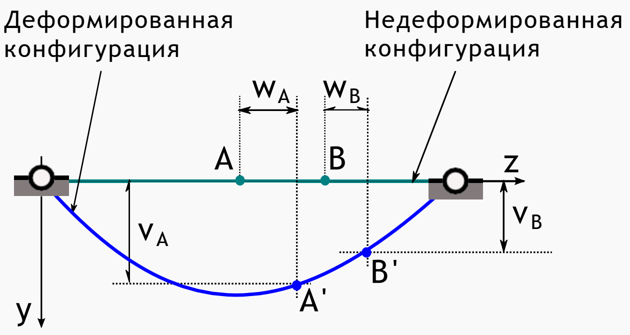
Содержание

Цели преподавателя/студентов

Цели преподавателя/студентов

- Представить деформацию плоских упругих балок в терминах продольных смещений продольной оси.
- Понять математическую модель для упругой кривой и метод решения с учетом надлежащих граничных условий. Применить теорию для расчета перемещений и поворотов балок при различных нагрузках и граничных условиях.

Введение



Осевые (продольные) перемещения (направление *z*) *w*(*z*) и поперечные (направление *y*) *v*(*z*) могут быть рассчитаны на основе кинематики и определяющих уравнений

Продольные перемещения (2/2)

Можно получить несвязанные уравнения:

- осевые перемещения $w(z)$:
  1. соотношение между первой производной от $w(z)$ и $\frac{N(z)}{EA}$
  2. соотношение между второй производной от $w(z)$ и $\frac{p(z)}{EA}$
- поперечные перемещения $v(z)$:
  1. соотношение между второй производной от $v(z)$ и $\frac{M(z)}{EI_x}$
  2. соотношение между четвертой производной от $v(z)$ и $\frac{q(z)}{EI_x}$

Здесь рассматривается расчет осевых перемещений $w(z)$; расчет поперечных перемещений $v(z)$ изучается в лекции "Прогиб".

Дифференциальное уравнение первого порядка

Соотношение между осевым смещением $w(z)$ и нормальной силой $N(z)$ задается формулой:

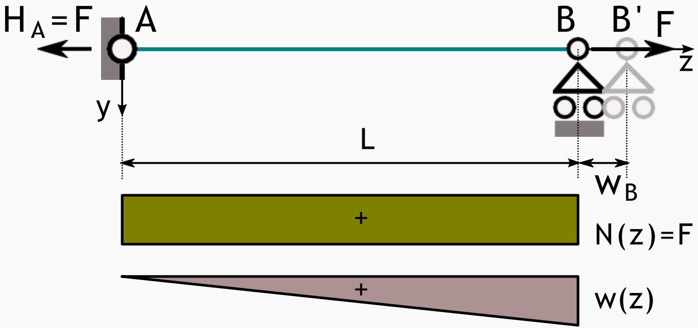
$$\varepsilon_0(z) = \frac{dw(z)}{dz} = \frac{N(z)}{K_{A,e}} = \frac{N(z)}{EA}$$

Если нормальная сила $N(z)$ и E е A постоянны вдоль z, легко интегрировать предыдущее уравнение для вычисления удлинения $w(z)$:

$$w(z) = \frac{N}{EA} z + C_1$$

и связать одно граничное условие.

Пример 1: Удлинение элемента (1/2)



Нормальная сила равна $N(z) = +F$; граничное условие:

$$w(z = 0) = w_A = 0 \implies C_1 = 0$$

Пример 1: Удлинение элемента (2/2)

Это получается :

$$w(z) = \frac{F}{EA} z$$

Смещение точки B равно:

$$w_B = w(z = L) = +\frac{FL}{EA}$$

Осевая жесткость

Термин $K_{a,rod} = \frac{EA}{L}$ представляет неподвижность элемента длины L, подвергнутого воздействию осевой силы ($F = K_{a,rod}\, w_B$)

Осевая жесткость стержней

Стержни с различной площадью и длиной, нагруженные при растяжении:

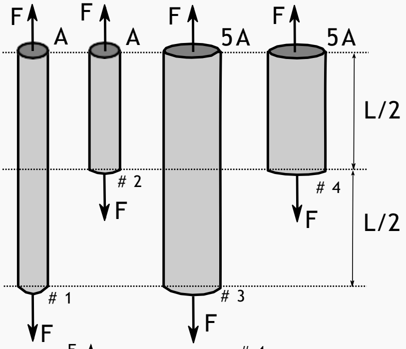
$$\#1:\ K_1 = \frac{EA}{L}$$

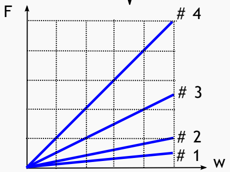
$$\#2:\ K_2 = \frac{EA}{L/2} = 2\frac{EA}{L}$$

$$\#3:\ K_3 = \frac{E(5A)}{L} = 5\frac{EA}{L}$$

$$\#4:\ K_4 = \frac{E(5A)}{L/2} = 10\frac{EA}{L}$$

Более жесткий элемент #4





Нормальная сила, обусловленная собственным весом

$p(z) = -\rho g A = -p_0$ это $N(z) = -p_0(L - z)$, так

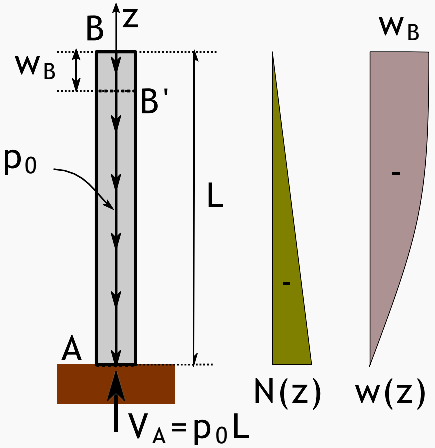
это (где E и A постоянны вдоль z):

$$\frac{dw(z)}{dz} = \frac{N(z)}{EA} = \frac{-p_0(L-z)}{EA}$$

ρ – плотность материала, и g (9,81 м/с²) – ускорение, обусловленное силой тяжести.

Это получается:

$$w(z) = -\frac{p_0}{EA}\left(Lz - \frac{z^2}{2}\right) + C_1$$



Пример 2: Колонна, подвергнутая самонагрузке (2/2)

Граничным условием является:

$$w(z=0) = w_A = 0 \implies C_1 = 0$$

следовательно:

$$w(z) = -\frac{p_0}{EA}\left(Lz - \frac{z^2}{2}\right)$$

Смещение B, w_B , теперь составляет:

$$w_B = w(z=L) = -\frac{p_0 L^2}{2EA} = -\frac{\rho g L^2}{2E}$$