

# ТЕОРИЯ БАЛКИ - Свойства материала

## Строительная механика

---

Проект ERAMCA

[Оценка экологических рисков и их снижение в отношении объектов культурного наследия в Центральной Азии](#)

v2o22317

Эта работа находится под лицензией Creative Commons «Attribution-ShareAlike 4.0 International».



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia



## Цели преподавателя/студентов



---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

-  Чтобы представить физический смысл свойств материала.
-  Понять взаимосвязь между напряжениями и деформациями.

# Введение

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

Цель лекции – предоставить информацию, необходимую для понимания:

- соотношения между напряжениями и деформациями, т.е. **определяющие уравнения напряженно-деформированного состояния** для данной точки балки.

# Физический смысл свойств материала

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

# Предел прочности при растяжении

Примечательные аспекты:

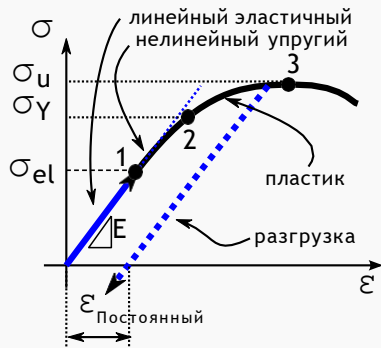
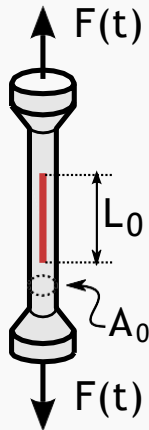
1: Предел пропорциональности  $\sigma_{el}$

2: Предел эластичности  $\sigma_Y$

3: Предел прочности  $\sigma_u$

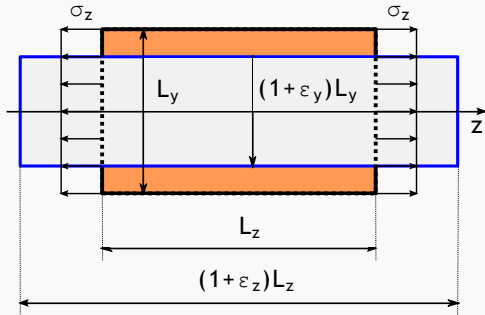
где  $\sigma = F/A_0$  (см. лекцию о стрессе) и  $\varepsilon = \Delta L/L_0$

Предел прочности: **предел упругости** и начало пластического поведения

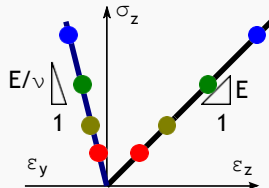




- Модуль упругости или [модуль Юнга](#)  $E$ : наклон диаграммы испытания на растяжение (вертикальная ось:  $\sigma_z$ ; горизонтальная ось: относительное удлинение  $\varepsilon_z = \Delta L_z/L_z$  в направлении  $\sigma_z$ ):



$$E = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z}$$



- Коэффициент Пуассона  $\nu$ : соотношение между поперечными и продольными деформациями:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z} = -\frac{\Delta L_y/L_y}{\Delta L_z/L_z}$$

- Коэффициент Модуль сдвига (или тангенциальный)  $G$ :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Это действительно для **изотропных** материалов

# Изотропные и однородные материалы

- Материалы считаются **изотропными**, если их свойства не зависят от направления (они могут быть разными для разных точек)

Сталь – изотропный материал, древесина – **анизотропная**, т.е. ее свойства зависят от направления (направления роста волокон).

- Материал является **однородным**, если его свойства не изменяются в зависимости от точек

**Если материал изотропен, то эластичные свойства...**

... в каждой точке находятся только **два** ( $E$  и  $\nu$  или  $E$  или  $G$ )

**Если материал однороден...**

... упругие свойства **одинаковы** для всех точек

Упругие параметры  $E$ ,  $\nu$  и  $G$  **ограничены**, они должны соответствовать следующим неравенствам:

$$E > 0; \quad G > 0; \quad -1 < \nu < \frac{1}{2}$$

## Отрицательный коэффициент Пуассона?

Коэффициент Пуассона  $\nu$  может принимать отрицательные значения для таких материалов, как пенопласт

Table from L. Gambarotta, L. Nunziante, A. Tralli, *Scienza delle Costruzioni*, McGraw Hill, 2003

	Модуль упругости $E$ GPa	Модуль сдвига $G$ GPa	Коэффициент Пуассона $\nu$ -
Сталь	207-210	82	0.26-0.33
Алюминий	69-70	25-26	0.26-0.33
Бетон	20-35	12	0.15-0.16
Железо	180-210	78-81	0.30
Дерево <sup>1</sup>	8-15		
Мрамор	40-70	26	0.15
Латунь	100-120	37	0.36
Медь	105-124	44	0.35-0.36
Стекло	70	29	0.22

<sup>1</sup>Измеряется вдоль направления волокна

Материал	Предел прочности МПа	Плотность g/cm <sup>3</sup>
ASTM A36 сталь	250	7.87
Сталь (предварительно напряженные пряди)	1650	7.85
Титановый сплав(6% Al, 4% V)	830	4.51
Арамид (кевлар или Тварон)	3620	1.44

Соотношение между напряжением и деформацией:

- прямое (напряжение как функция деформации):

$$\sigma_z = E \varepsilon_z$$

$$\tau_{zx} = G \gamma_{zx} \quad \tau_{zy} = G \gamma_{zy}$$

- обратная (деформация как функция напряжения):

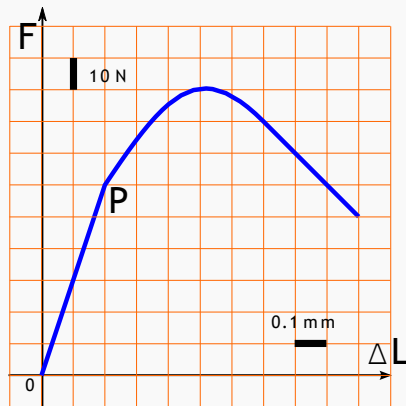
$$\varepsilon_x = -\frac{\nu}{E} \sigma_z \quad \varepsilon_y = -\frac{\nu}{E} \sigma_z \quad \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad \gamma_{zy} = \frac{\tau_{zy}}{G}$$

**Вопрос.** Испытание на растяжение образца с поперечным сечением  $25 \text{ mm}^2$  дает диаграмму справа. Базой измерения является (изначально)  $L_0 = 50 \text{ mm}$  в длину. Найдите модуль Юнга  $E$  материала.

**Ответ.** Модуль упругости – это наклон **линейной** части диаграммы **напряжение–деформация**:

$$E = \left( \frac{\sigma}{\varepsilon} \right)_P = \left( \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L_0}} \right)_P = \frac{\frac{60}{25}}{\frac{0.2}{50}} = 600 \text{ N/mm}^2$$





Количество	Физическое измерение	Единица СИ
$E, G$	$FL^{-2}$	Pa
$v$	-	-

## Дополнительные чтения

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

## Другие полезные свойства материала: пластичность

Пластичность: мера степени **пластической (необратимой) деформации**, произошедшей до разрушения

Материал, который подвергается очень незначительной пластической деформации, является **хрупким**

