

# ТЕОРИЯ БАЛКИ - Теории разрушения материалов

## Строительная механика

---

Проект ERAMCA

[Оценка экологических рисков и их снижение в отношении объектов культурного наследия в Центральной Азии](#)

v2o22317

Эта работа находится под лицензией Creative Commons «Attribution-ShareAlike 4.0 International».



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

Цели преподавателя/студентов

Введение

Хрупкие материалы

Пластичные материалы

Экспериментальное подтверждение



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



## Цели преподавателя/студентов



---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

-  Представить разрушение из-за превышения предела прочности в поперечных сечениях и концепцию эквивалентного напряжения.
-  Понять концепцию эквивалентного напряжения применительно к различным материалам и применить ее к балкам.

# Введение

---



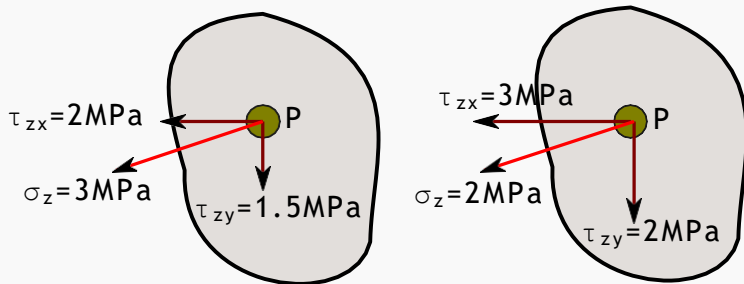
Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

## Нормальные и касательные напряжения

- Какое условие является худшим для точки P?
- Как мы можем учесть все напряжения в точке P, чтобы оценить их “общий” эффект?



Теория разрушения материала (или критерии прочности) представляет собой способ прогнозирования условий, при которых твердые материалы разрушаются под действием внешних нагрузок

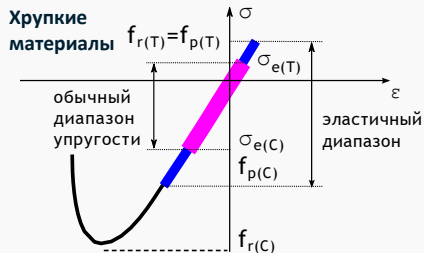
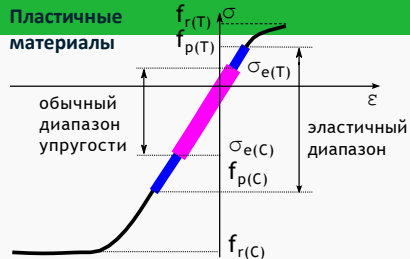
**Цель такова...**

...чтобы найти **показатель напряжения материала** или **эквивалентное напряжение**  $\sigma_{eq} = \sigma_{eq}(\sigma_1, \sigma_2)$ , для сравнения с предельными значениями прочности, измеренными при одноосном лабораторном испытании ( $f_{r(T)}$  при растяжении и  $f_{r(C)}$  при сжатии)

Предполагается, что  $f_{r(C)}$ ,  $f_{p(C)}$  и  $\sigma_{e(C)}$  являются положительными значениями

# Пластичные и хрупкие материалы

- **Пластичные материалы:** прочность при растяжении  $f_{r(T)}$  обычно равна прочности при сжатии  $f_{r(C)}$
- **Хрупкие материалы:** прочность при растяжении  $f_{r(T)}$  обычно отличается от прочности при сжатии  $f_{r(C)}$





# Пропорциональные пределы

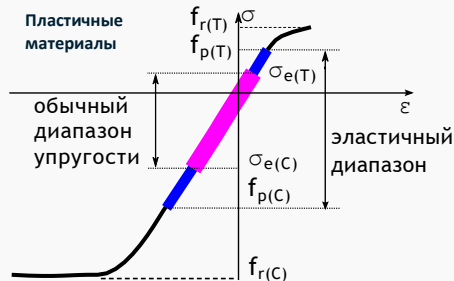
Диапазон упругости определяется  $f_{p(T)}$  и  $f_{p(C)}$

Чтобы получить запас прочности,  $f_{p(T)}$  и  $f_{p(C)}$  уменьшаются на **частичные коэффициенты безопасности**  $\gamma_{M(T)}$  и  $\gamma_{M(C)}$

$$\sigma_{e(T)} = \frac{f_{p(T)}}{\gamma_{M(T)}} \quad \sigma_{e(C)} = \frac{f_{p(C)}}{\gamma_{M(C)}}$$

для определения обычного диапазона упругости

$(-\sigma_{e(C)}, \sigma_{e(T)})$



# Хрупкие материалы

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



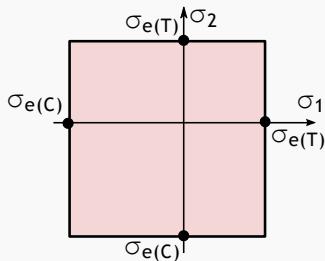
Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

## Критерий Галилея-Рэнкина

Этот критерий требует ограничения трех основных напряжений в пределах обычного диапазона упругости ( $-\sigma_{e(C)}, \sigma_{e(T)}$ )

$$-\sigma_{e(C)} \leq \sigma_1 \leq \sigma_{e(T)} \quad -\sigma_{e(C)} \leq \sigma_2 \leq \sigma_{e(T)} \quad -\sigma_{e(C)} \leq \sigma_3 \leq \sigma_{e(T)}$$

Он представлен квадратом в пространстве, описываемом главными напряжениями ( $\sigma_1, \sigma_2$ )



# Пластичные материалы

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

Этот критерий требует ограничения максимального касательного напряжения  $\tau_{max}$ :

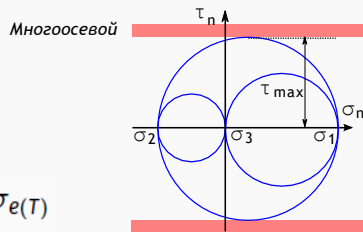
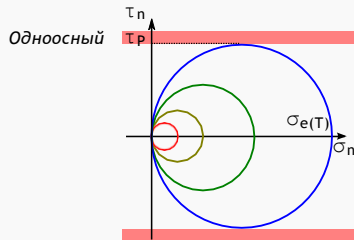
$$\tau_{max} \leq \tau_P = \frac{1}{2} \sigma_{e(T)}$$

где:

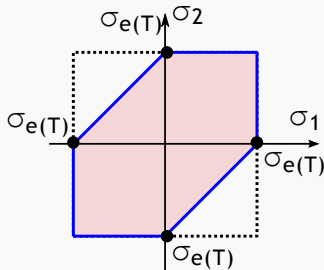
$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \max \{ |\sigma_1 - \sigma_2|; |\sigma_1 - 0|; |\sigma_2 - 0| \}$$

Получается:

$$\sigma_{eq} = \max \{ |\sigma_1 - \sigma_2|; |\sigma_1 - 0|; |\sigma_2 - 0| \} \leq \sigma_{e(T)}$$

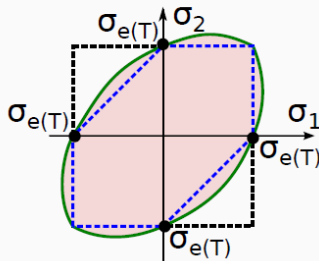


Он представлен шестиугольником в пространстве, описываемом главными напряжениями ( $\sigma_1, \sigma_2$ )



Он представлен эллипсом в пространстве, описываемом главными напряжениями ( $\sigma_1, \sigma_2$ )

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \leq \sigma_{e(T)}$$



# Экспериментальное доказательство

---



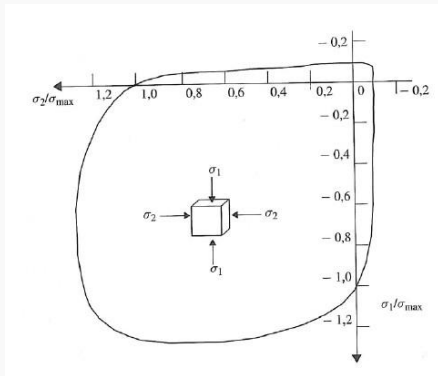
Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



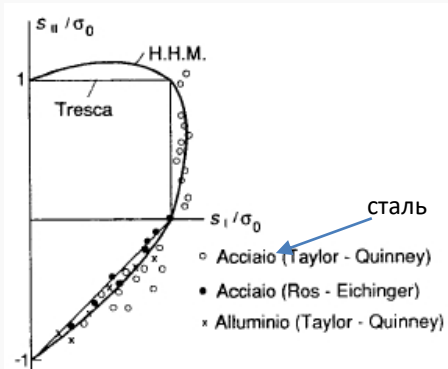
Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia



# Эксперименты (бетон, сталь и алюминий)



H.B. Kupfer, K.H. Gerstle, *Behavior of Concrete under Biaxial Stresses*, Journal of the Engineering Mechanics Division, vol. 99, n. 4, 1973, pp. 853-866



L. Corradi, *Meccanica delle Strutture*, vol. 1, McGraw Hill, 1992 (acciaio: steel; alluminio: aluminum; H.H.M.: Huber-Hencky-von Mises criterion)

# Условия проверки (пластичные материалы)

Основные напряжения задаются (круг Мора):

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_z^2}; \quad \sigma_3 = 0$$

эквивалентное напряжение по:

$$\sigma_{eq} = \max \{ |\sigma_1 - \sigma_2|; |\sigma_1|; |\sigma_2| \} \quad (\text{Tresca criterion}) / \text{Критерий Трески}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \quad (\text{von Mises criterion}) / \text{Критерий фон Мизеса}$$

Условие проверки выполняется, если:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_z^2 + \mathcal{D} \tau_z^2} \leq \frac{f_p(T)}{\gamma_M(T)} = \sigma_{e(T)}$$

$$\text{где: } \begin{cases} \mathcal{D} = 4 & \text{Критерий Трески} \\ \mathcal{D} = 3 & \text{критерий фон Мизеса} \end{cases}$$

Изучение структур при упругом поведении может дать ненадежные результаты.

- **Образование трещин** за пределами упругой фазы не означает потери функциональности конструкции. Иногда перелом можно рассматривать как **шарнир**, без потери стабильности.
- Отверстия и другие особые ситуации (зазубрины, острые углы) создают **концентрации напряжений** (и/или бесконечные напряжения), которых можно избежать с помощью упруго-пластических моделей (перераспределение напряжений).