

ТЕОРИЯ БАЛКИ – касательное напряжение при сдвига

Строительная механика

Проект ЭРАМКА

Оценка экологических рисков и их снижение в отношении объектов культурного наследия в

Центральной Азии

v2022317

This work is licensed under a [Creative Commons “Attribution-ShareAlike 4.0 International”](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

Цели преподавателя/студентов

Введение

Изгиб и сдвиг

Центр сдвига



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Цели преподавателя/студентов



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

- 🎓 Представьте расчет касательного напряжения (сдвига) на сдвиг для балок.
- 👥 Разберитесь в гипотезах, различайте различные условия нагрузки и применяйте правильные решения.

Введение



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

На всех слайдах. .

. . . используются главные центральные оси, обозначенные как (x, y) вместо (ξ, η) !

Необходимо отметить, что. . .

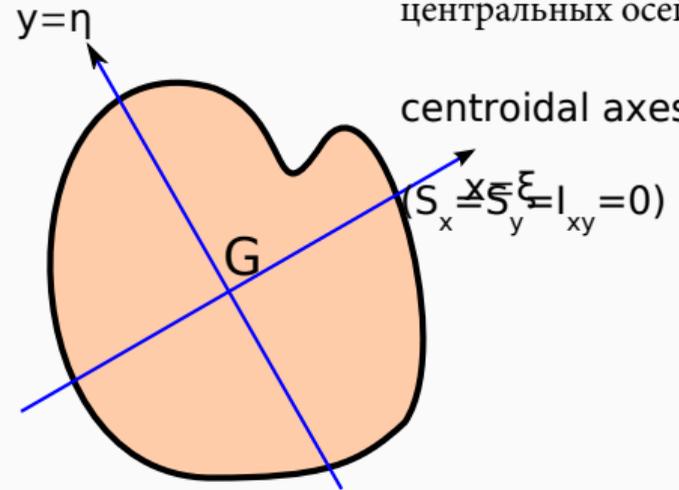
. . . изгиб и сдвиг связаны друг с другом. Из теории балок это:

$$T_y(z) = \frac{dM_x(z)}{dz}$$

$x=\xi, y=\eta$: принцип

центральных осей

centroidal axes



Эквивалентность между напряжениями и внутренними силами

$$N_z = \int_A \sigma_z dA$$

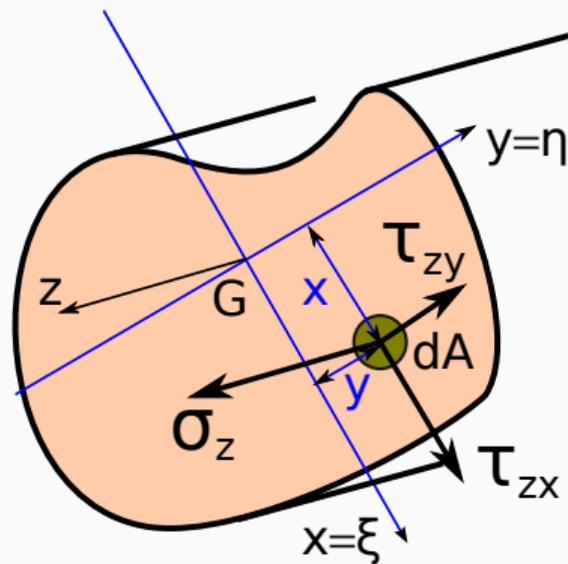
$$T_x = \int_A \tau_{zx} dA$$

$$T_y = \int_A \tau_{zy} dA$$

$$M_x = \int_A \sigma_z y dA$$

$$M_y = - \int_A \sigma_z x dA$$

$$M_z = \int_A (\tau_{zy} x - \tau_{zx} y) dA$$



Изгиб и сдвиг



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia



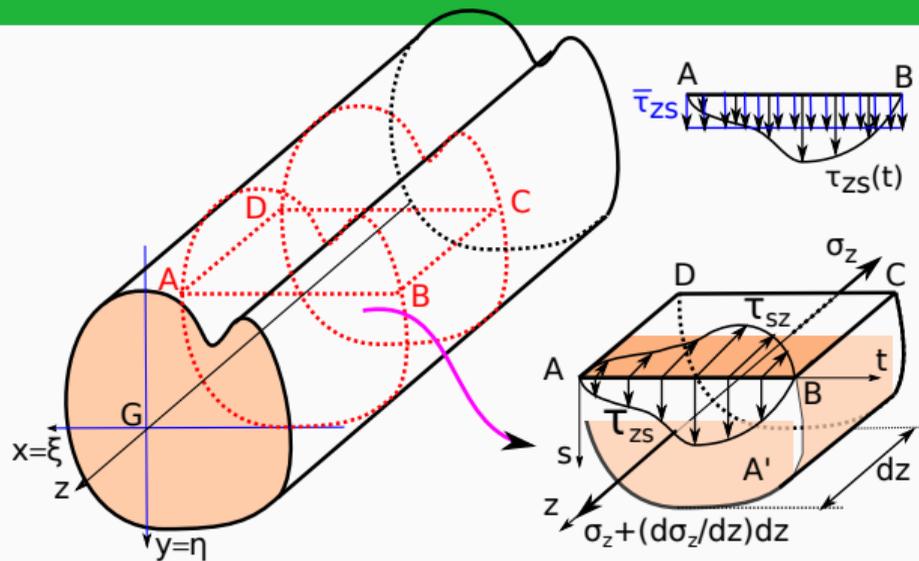
Пара сил, сдвиг и кручение



Нормальная сила и прямой сдвиг (заклепки)



Симметричный сдвиг – модель расчета напряжения



Равновесие по оси z элемента площади по оси z площади A' дает:

$$\underbrace{\int_{A'} \left(-\sigma_z + \sigma_z + \frac{d\sigma_z}{dz} dz \right) dA'}_{\text{интеграл №1}} - \underbrace{\int_{ABCD} \tau_{sz}(t) dt dz}_{\text{интеграл №2}} = 0$$

Интеграл №1, учитывая, что сдвиг всегда присутствует вместе с изгибающим моментом (напомним, что $T_y = \frac{d}{dz} M_x$):

$$\frac{d\sigma_z}{dz} = \frac{d}{dz} \left(\frac{M_x y}{I_x} \right) = \frac{y}{I_x} \frac{dM_x}{dz} = \frac{y}{I_x} T_y$$

$$\int_{A'} \left(\frac{y}{I_x} T_y \right) dz dA' = \frac{T_y}{I_x} dz \int_{A'} y dA' = \frac{T_y}{I_x} dz S_x^{A'}$$

Интеграл №2 (τ_{sz} среднее значение $t!$):

$$\int_{ABCD} \tau_{sz}(t) dt dz = \bar{\tau}_{sz} dz \int_{AB} dt = \bar{\tau}_{sz} dz \bar{AB}$$

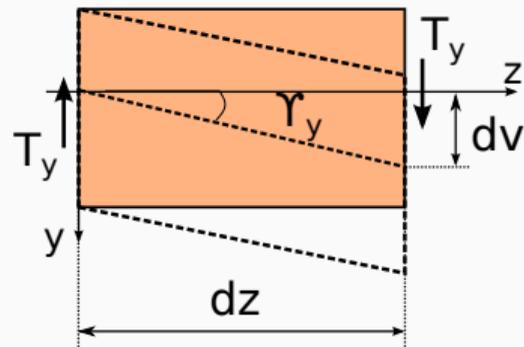
и, разделив на dz :

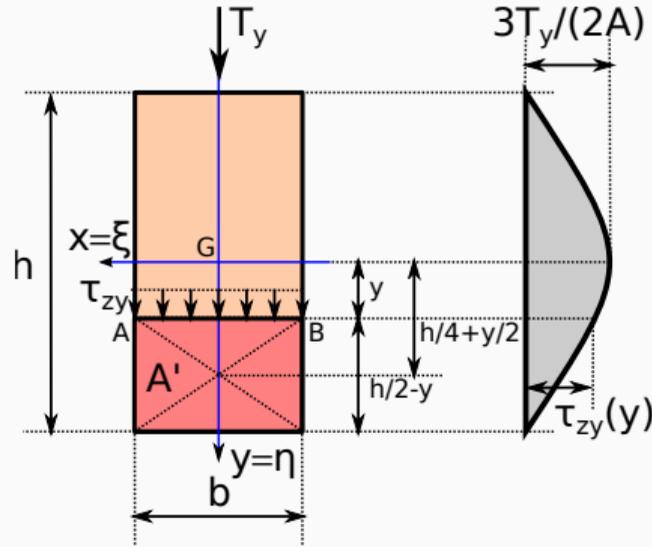
$$\bar{\tau}_{sz} = \frac{T_y S_x^{A'}}{I_x AB} \quad (\text{формула Журавского})$$

Деформация сдвига

$$\gamma_y = t_y \frac{T_y}{GA}$$

Коэффициент зависит от формы поперечного сечения (6/5 для прямоугольного сечения и 4/3 для круглого сечения).





Статический момент площади $A' = b \left(\frac{h}{2} - y \right)$

$$S_x^{A'} = +A' \left(\frac{h}{4} + \frac{y}{2} \right) = +b \left(\frac{h}{2} - y \right) \left(\frac{h}{4} + \frac{y}{2} \right) = +\frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

получается параболическая форма распределения напряжений:

$$\bar{\tau}_{yz}(y) = \frac{T_y S_X^{A'}}{I_x \overline{AB}} = \frac{T_y \left[+\frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \right]}{\left(\frac{bh^3}{12} \right) (b)} = +\frac{6T_y}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

Максимальное значение достигается за $y = 0$:

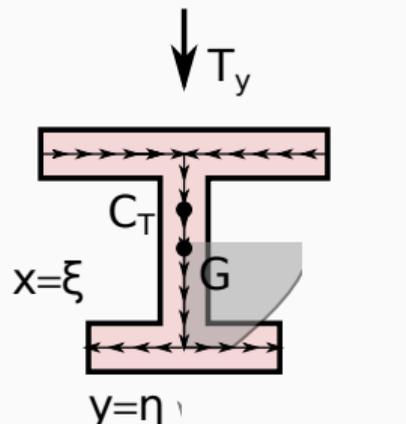
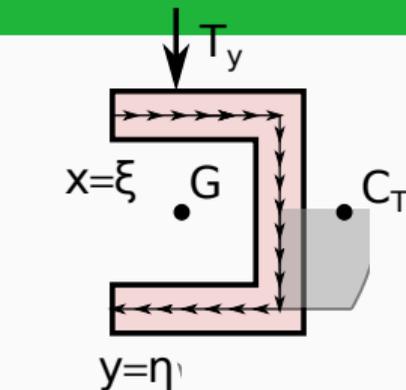
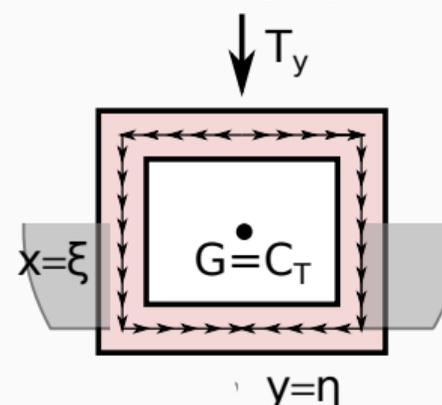
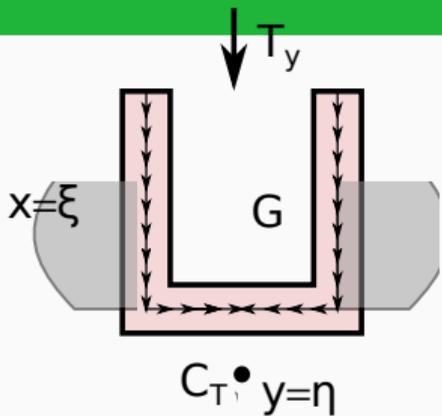
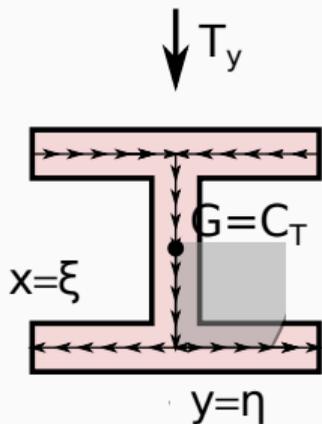
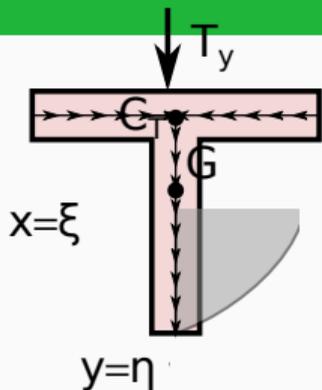
$$\bar{\tau}_{yz,max} = \bar{\tau}_{yz}(y = 0) = \frac{3}{2} \frac{T_y}{bh} = \frac{3}{2} \frac{T_y}{A}$$

пока, для $y = \pm \frac{h}{2}$ касательные напряжения равны нулю.

Положительный знак касательного напряжения. . .

. . . означает напряжения, направленные к площади А крат через

Форма диаграммы касательных напряжений



Центр сдвига



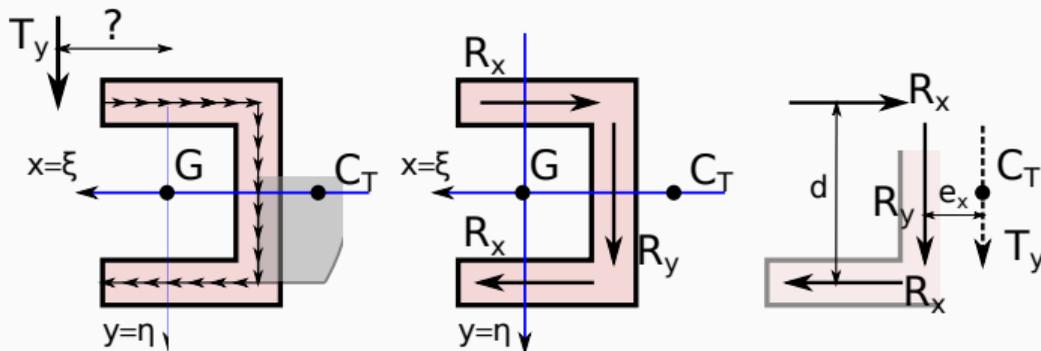
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

Линия действия равнодействующей касательных напряжений проходит не через центр тяжести G , а через центр сдвига C_T

- Эквивалентность в горизонтальном направлении: проверено
- Эквивалентность в вертикальном направлении $\implies R_y = T_y$
- Эквивалентность по моментам $T_y e_x = R_x d + R_y 0 \implies e_x = \frac{R_x}{T_y} d$



Замечено, что сила . . .

. . . приложенный к центру сдвига дает изгиб без крутящего







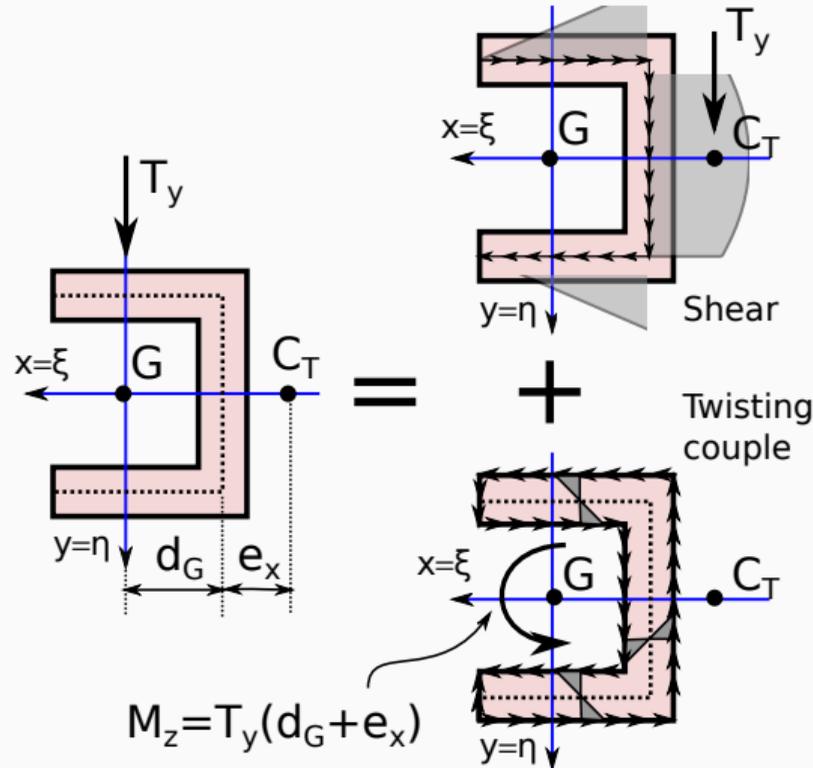


Напряжения из-за силы сдвига, приложенной к линии, не проходящей через центр сдвига C_T , рассчитываются путем добавления для каждой точки напряжения из-за:

- сдвиг T_y (формула Журавского)
- крутящаяся пара $M_{z,C_T} = T_y(d_G + e_x)$, вычисляется относительно центра сдвига C_T

В примере выше. . .

. . . напряжения от M_{z,C_T} will be calculated with the equations valid for the thin-walled open members (see the slides about stresses due to twisting couple)



- Силы сдвига T_j положительны, когда они направлены вдоль положительного направления оси j (j — одна из главных осей x, y).
- Знак касательных напряжений определяется по знаку первого момента площади S и по знаку T_j . Они положительны, если направлены в сторону области A .