

# ТЕОРИЯ БАЛКИ - Касательное напряжение при сдвиге

## Строительная механика

---

Проект ERAMCA

[Оценка экологических рисков и их снижение в отношении объектов культурного наследия в Центральной Азии](#)

v2o22317

Эта работа находится под лицензией [Creative Commons "Attribution-ShareAlike 4.0 International"](#).



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

Цели преподавателя/студентов

Введение

Изгиб и сдвиг

Центр сдвига



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



## Цели преподавателя/студентов



---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

-  Представить таблицу расчета касательного напряжения (сдвига) для балок.
-  Чтобы понять гипотезы, различайте различные условия загрузки и применяйте правильные решения.

# Введение

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

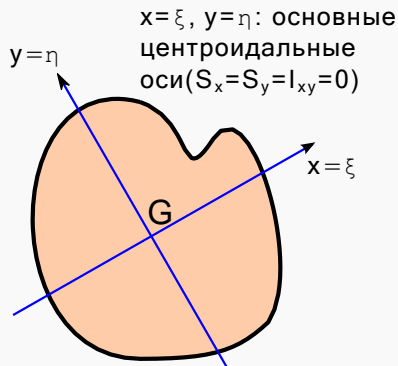
На протяжении всех слайдов...

...используются **главные центроидальные оси**, обозначенные как  $(x, y)$  вместо  $(\xi, \eta)$ !

Следует отметить, что...

... изгиб и сдвиг **связаны** между собой. Исходя из теории балок, это:

$$T_y(z) = \frac{dM_x(z)}{dz}$$



$$N_z = \int_A \sigma_z dA$$

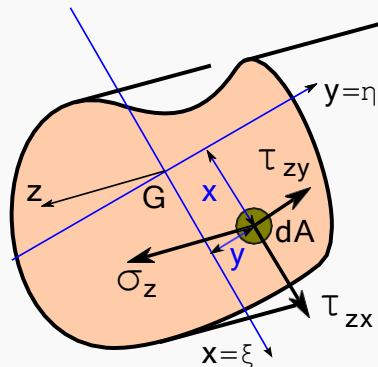
$$T_x = \int_A \tau_{zx} dA$$

$$T_y = \int_A \tau_{zy} dA$$

$$M_x = \int_A \sigma_z y dA$$

$$M_y = - \int_A \sigma_z x dA$$

$$M_z = \int_A (\tau_{zy} x - \tau_{zx} y) dA$$



# Изгиб и сдвиг

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia





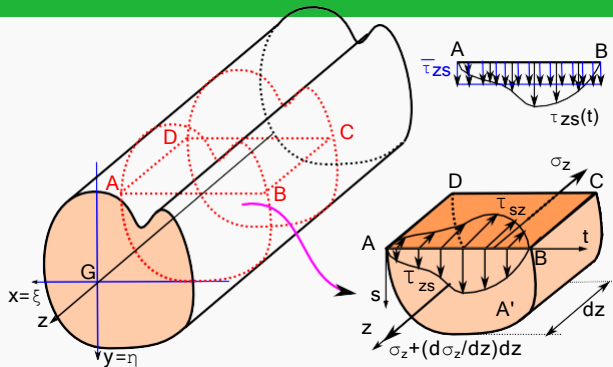
# Пара для изгиба, сдвига и скручивания



# Нормальная сила и прямой сдвиг (заклепки)



# Модель расчета симметричных напряжений сдвига



Равновесие вдоль оси z элемента области A' дает:

$$\underbrace{\int_{A'} \left( -\sigma_z + \sigma_z + \frac{d\sigma_z}{dz} dz \right) dA'}_{\text{Интеграл \#1}} - \underbrace{\int_{ABCD} \tau_{sz}(t) dt dz}_{\text{Интеграл \#2}} = 0$$

Интеграл #1, учитывающий, что сдвиг всегда присутствует вместе с изгибающим моментом (напомним, что  $T_y = \frac{dM_x}{dz}$ ):

$$\frac{d\sigma_z}{dz} = \frac{d}{dz} \left( \frac{M_x y}{I_x} \right) = \frac{y}{I_x} \frac{dM_x}{dz} = \frac{y}{I_x} T_y$$

$$\int_{A'} \left( \frac{y}{I_x} T_y \right) dz dA' = \frac{T_y}{I_x} dz \int_{A'} y dA' = \frac{T_y}{I_x} dz S_x^{A'}$$

Интеграл #2 ( $\tau_{sz}$  – **среднее значение** вдоль  $t$ ):

$$\int_{ABCD} \tau_{sz}(t) dt dz = \bar{\tau}_{sz} dz \int_{AB} dt = \bar{\tau}_{sz} dz \bar{AB}$$

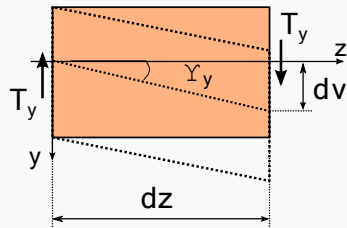
и, разделив на dz:

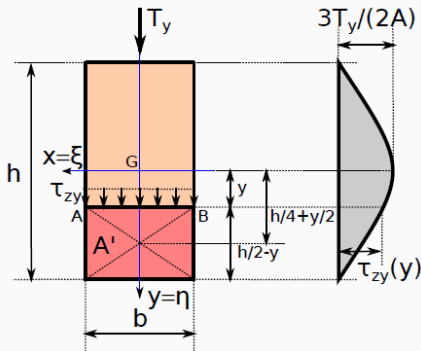
$$\bar{\tau}_{sz} = \frac{T_y S_X^{A'}}{I_x AB} \quad (\text{Формула Журавского})$$

## Деформация из-за сдвига

$$\gamma_y = t_y \frac{T_y}{GA}$$

Коэффициент  $t_y$  зависит от формы поперечного сечения ( $6/5$  для прямоугольного поперечного сечения и  $4/3$  для круглого поперечного сечения)





Первый момент области  $A' = b \left( \frac{h}{2} - y \right)$  равен:

$$S_x^{A'} = +A' \left( \frac{h}{4} + \frac{y}{2} \right) = +b \left( \frac{h}{2} - y \right) \left( \frac{h}{4} + \frac{y}{2} \right) = +\frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

получена **параболическая** форма распределения напряжений:

$$\bar{\tau}_{yz}(y) = \frac{T_y S_x^{A'}}{I_x \overline{AB}} = \frac{T_y \left[ +\frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) \right]}{\left( \frac{bh^3}{12} \right) (b)} = +\frac{6T_y}{bh^3} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

Максимальное значение достигается для  $y = 0$ :

$$\bar{\tau}_{yz,max} = \bar{\tau}_{yz}(y = 0) = \frac{3 T_y}{2 bh} = \frac{3 T_y}{2 A}$$

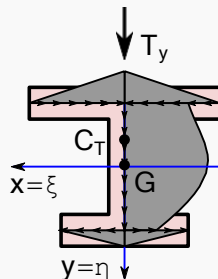
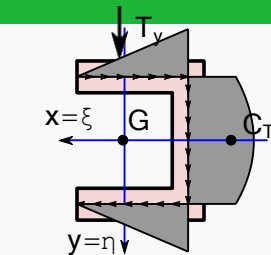
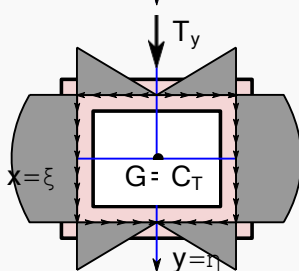
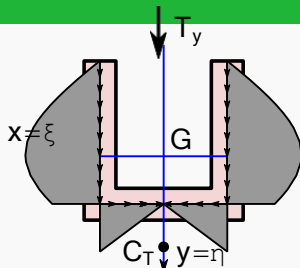
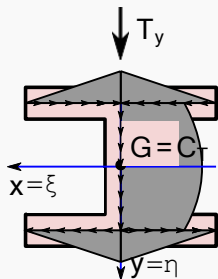
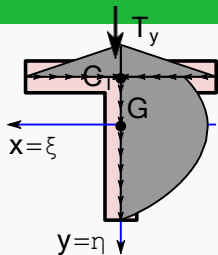
в то время как при  $y = \pm \frac{h}{2}$  напряжения сдвига равны нулю.

**Положительный знак напряжения сдвига...**

... означает напряжения, направленные в область A' через линию AB



# Форма диаграммы касательных напряжений



# Центр сдвига

---



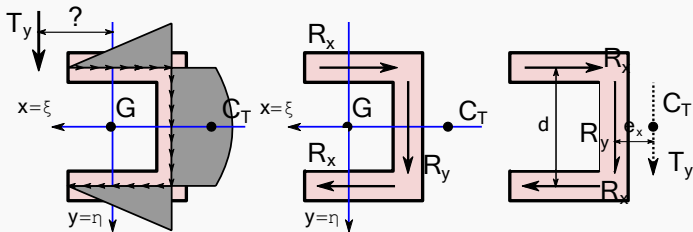
Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

Линия действия результирующей касательных напряжений проходит не через центр тяжести  $G$ , а через **центр сдвига  $C_T$**

- Эквивалентность в горизонтальном направлении: проверено
- Эквивалентность в вертикальном направлении  $\implies R_y = T_y$
- Эквивалентность в терминах моментов  $T_y e_x = R_x d + R_y 0 \implies e_x = \frac{R_x d}{T_y}$



**Замечено, что сила...**

... приложенный к центру сдвига, обеспечивает изгиб без крутящего момента









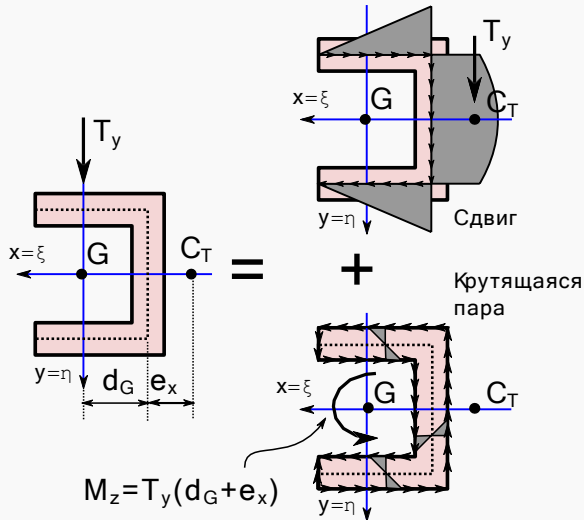
Напряжения, вызванные силой сдвига, приложенной к линии, не проходящей через центр сдвига  $C_T$ , вычисляются с добавлением для каждой точки напряжения, вызванного:

- коэффициент сдвига  $T_y$  (формула Юравского)
- скручивающая пара  $M_{z,C_T} = T_y(d_G + e_x)$ , рассчитанная относительно центра сдвига  $C_T$

## В приведенном выше примере...

... напряжения, обусловленные  $M_{z,C_T}$ , будут рассчитаны с помощью уравнений, справедливых для тонкостенных открытых элементов (см. слайды о напряжениях, обусловленных скручивающейся парой)





- Сдвигающие силы  $T_j$  **положительны**, когда направлены вдоль положительного направления оси  $j$  ( $j$  является одной из главных осей  $x, y$ ).
- Знак касательных напряжений определяется по знаку первого момента области  $S_j^{A'}$  и по знаку  $T_j$ . Они положительны, если направлены в область  $A'$ .