

ТЕОРИЯ БАЛОК – Анализ напряжений

Строительная механика

Проект ЭРАМКА

Оценка экологических рисков и их снижение в отношении объектов культурного наследия в

Центральной Азии

v2022317

This work is licensed under a [Creative Commons “Attribution-ShareAlike 4.0 International”](#) license.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

Цели преподавателя/студентов

Введение

Определение напряжения

Цели преподавателя/студентов



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

 Описать внутренние силы, действующие на соседние частицы, и представить фундаментальное понятие напряжения для балок.

 Понять равновесие балок с помощью внутренней поверхностной силы (напряжения)

Введение



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

Определение напряжения



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural
Heritage Assets in Central Asia

Математическое описание условий равновесия приводит к идее напряжения.

- Понятие напряжения является фундаментальным для изучения механики сплошной среды.
- Первый вклад принадлежит А. Л. Коши, который в 1822 г. сформулировал теорию, основанную на идее давления в жидкостях.

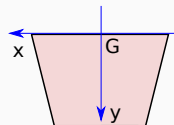
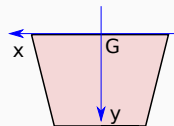
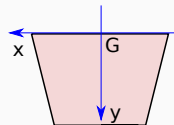
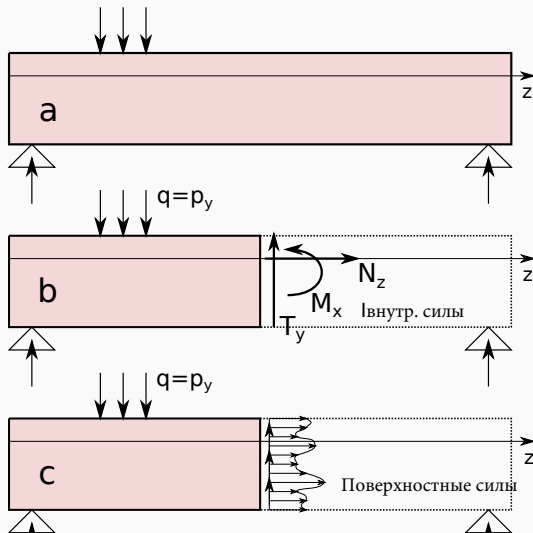


Балка или конструкция должны быть:

a глобально в равновесии: внешние нагрузки и реакции опоры должны быть системой сил в равновесии

b в равновесии для каждой возможной части: внешние нагрузки и внутренние силы N_z , T_y и M_x (которые представляют собой глобальные силы на сечении разреза) должны быть системой сил в равновесии

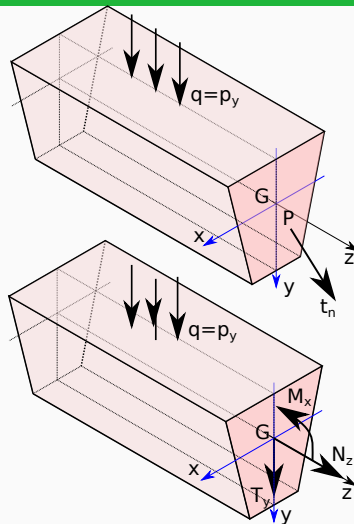
c в равновесии для каждой возможной части: внешние нагрузки и напряжения (поверхностные силы, действующие на каждую точку сечения разреза) должны быть системой сил в равновесии



Равновесие части балки: напряжение

Поверхностные силы, называемые напряжениями (t_n) должны присутствовать на поверхности разреза, чтобы достичь равновесия.

Равнодействующая этих поверхностных сил должна быть эквивалентна внутренним силам

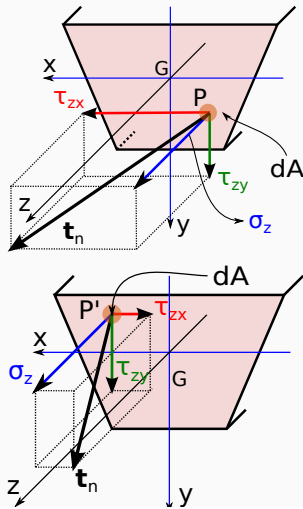


Компоненты напряжения

Компоненты вектора напряжения $\mathbf{t}_n$ действующие на точку P поперечного сечения балки, три: τ_{zx} , τ_{zy} (сдвиговое или касательное напряжение) и $\sigma_{zz} = \sigma_z$ (нормальные напряжения)

Первый нижний индекс относится к оси z, ортогональной поперечному сечению, второй — к направлению напряжения.

Для других точек (P') того же сечения вектор $\mathbf{t}_n$ может иметь другую величину и направление, т. е $\mathbf{t}_n = \mathbf{t}_n(P) = \mathbf{t}_n(x, y)$



Что представляют собой внутренние силы?

Внутренние силы являются

равнодействующей. Компоненты вектора $\mathbf{r}$

$\mathbf{t}_n$ КОМПОНЕНТЫ σ_z , τ_{zx} и τ_{zy}

$$N_z = \int_A \sigma_z dA$$

$$M_x = \int_A \sigma_z y dA$$

$$M_y = - \int_A \sigma_z x dA$$

$$T_x = \int_A \tau_{zx} dA$$

$$T_y = \int_A \tau_{zy} dA$$

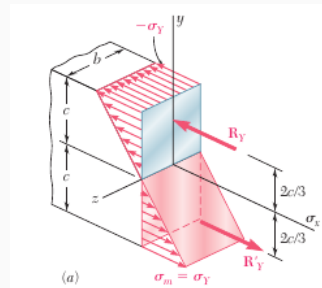
$$M_z = \int_A (\tau_{zy} x - \tau_{zx} y) dA$$

Для плоской конструкции (или для симметричных сил) внутренних сил три (т.е., N_z , T_y , M_x), в противном случае их шесть.

Как найти напряжение?

Если балка статически определима, N_z , T_y , M_x находятся только с использованием уравнения равновесия; если балка статически неопределима с помощью уравнений совместности деформаций

Чтобы найти напряжения из предыдущих уравнений.
их распределение по площади поперечного сечения А
должно быть известно



- Положительное напряжение на положительных гранях (ось z направлена наружу), если в положительном направлении осей
- Отрицательное напряжение на отрицательных гранях (ось Z направлена внутрь), если в отрицательном направлении осей

(Основная) система отсчета существует где . . .

. . напряжения описываются только σ_1 , σ_2 и σ_3 . На гранях, где действуют эти напряжения, касательные напряжения равны нулю.

Для балок одно главное напряжение всегда равно нулю.

Графическая процедура для определения главных напряжений и главных направлений: круги Мора

Взаимность касательного напряжения

- Равновесие по оси z:

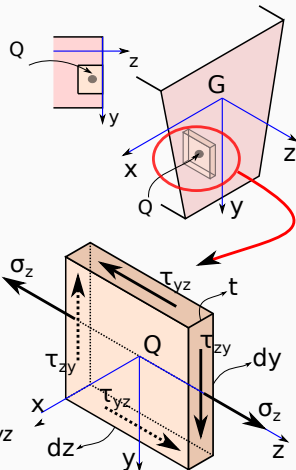
$$\sigma_z(dy \, t) - \tau_{yz}(dz \, t) + \tau_{yz}(dz \, t) + \\ - \sigma_z(dy \, t) = 0 \quad \text{OK!}$$

- Равновесие по оси y:

$$- \tau_{zy}(dy \, t) + \tau_{zy}(dy \, t) = 0 \quad \text{OK!}$$

- Равновесие по оси x:

$$\tau_{yz}(dz \, t) \left(\frac{dy}{2} \right) + \tau_{yz}(dz \, t) \left(\frac{dy}{2} \right) \\ - \tau_{zy}(dy \, t) \left(\frac{dz}{2} \right) - \tau_{zy}(dy \, t) \left(\frac{dz}{2} \right) = 0 \quad \text{i.e.,} \quad \tau_{zy} = \tau_{yz}$$



Параметры	Физическая единица системы SI	
Напряжения $\sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{zy}$	FL^{-2}	Pa
Площадь $A, d\Omega_n, d\Omega_y, \dots$	L^2	m^2
$d\Omega_z q, p_y$	FL^{-1}	N/m