

# ТЕОРИЯ БАЛКИ - Анализ стресса

## Строительная механика

---

Проект ERAMCA

[Оценка экологических рисков и их снижение в отношении объектов культурного наследия в Центральной Азии](#)

v2o22317

Эта работа находится под лицензией [Creative Commons "Attribution-ShareAlike 4.0 International"](#).



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

Цели преподавателя/студентов

Введение

Определение стресса



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



## Цели преподавателя/студентов



---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

-  Описать внутренние силы, действующие на соседние частицы, и представить фундаментальную концепцию напряжений для балок.
-  Понять равновесие балок с помощью внутренних поверхностных сил (напряжений).

# Введение

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

# Определение стресса

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

Математическое описание условий равновесия приводит к идее **стресса**.

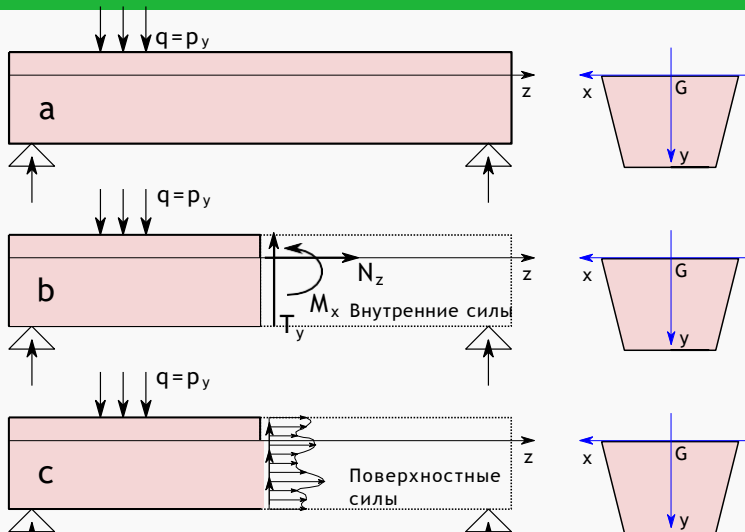
- Концепция **стресса** является фундаментальной для изучения **механики сплошных сред**
- Первые работы принадлежат **А.Л. Коши**, который в 1822 году сформулировал теорию, основанную на идее **давления** в жидкостях



Балка или конструкция должны быть:

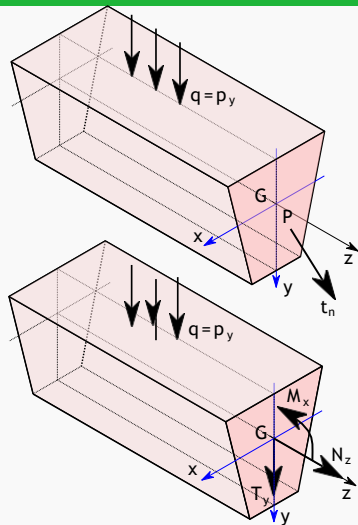
- a. **глобально** в равновесии: внешние нагрузки и реакции от опоры должны представлять собой систему сил, находящихся в равновесии
- b. в равновесии для каждой возможной детали: внешние нагрузки и **внутренние силы**  $N_z$ ,  $T_y$  и  $M_x$  (которые представляют **глобальные** силы на участке разреза) должны представлять собой систему сил, находящихся в равновесии
- c. в равновесии для каждой возможной детали: внешние нагрузки и напряжения (поверхностные силы, действующие на каждую **точку** сечения разреза) должны представлять собой систему сил, находящихся в равновесии





Поверхностные силы, называемые **напряжениями** ( $t_n$ ) должны присутствовать на поверхности разреза, чтобы достичь **равновесия**

Равнодействующая этих поверхностных сил должна быть **эквивалентна** внутренним силам

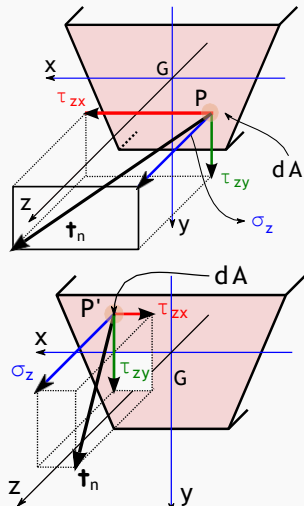


# Компоненты напряжения

Компонентами вектора напряжений  $t_n$ , действующего на точку P поперечного сечения балки, являются три:  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{zy}$  (напряжение сдвига или касательное напряжение) и  $\sigma_{zz} = \sigma_z$  (нормальное напряжение)

Первый индекс относится к оси z, ортогональной поперечному сечению, второй – к направлению напряжения

Для других точек (P') того же поперечного сечения вектор  $t_n$  может иметь различную величину и направление, т.е.  $t_n = t_n(P) = t_n(x, y)$



# Что представляют собой внутренние силы?

Внутренние силы являются результирующей. . .

. . . вектора напряжений  $t_n$  компонентов  $\sigma_z$ ,  $\tau_{zx}$  и  $\tau_{zy}$

$$N_z = \int_A \sigma_z dA$$

$$M_x = \int_A \sigma_z y dA$$

$$M_y = - \int_A \sigma_z x dA$$

$$T_x = \int_A \tau_{zx} dA$$

$$T_y = \int_A \tau_{zy} dA$$

$$M_z = \int_A (\tau_{zy}x - \tau_{zx}y) dA$$

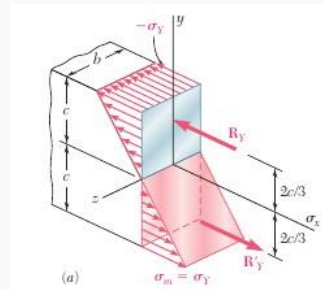
Для плоской конструкции (или для симметричных сил) внутренние силы равны **трем** (т.е.  $N_z$ ,  $T_y$ ,  $M_x$ ), в противном случае они равны **шести**

# Как найти напряжение?

Если балка **статически определена**,  $N_z$ ,  $T_y$ ,  $M_x$  определяются только с помощью **уравнения равновесия**; если балка **статически неопределима**, с помощью **уравнений совместности**

**Чтобы найти напряжения из предыдущих уравнений...**

... их **распределение** по площади  $A$  поперечного сечения должно быть известно (подождите следующих лекций!)



- Положительное напряжение на положительных гранях (ось z направлена наружу), если в положительном направлении осей
- Отрицательное напряжение на отрицательных гранях (ось z направлена внутрь), если в отрицательном направлении осей

(Основная) система координат существует там, где...

... напряжения описываются только через  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ . На гранях, где действуют эти напряжения, касательные напряжения равны нулю

Одно основное напряжение для балок всегда равно нулю

Графическая процедура для нахождения главных напряжений и основных направлений: круги Мора

# Взаимность касательного напряжения

- Равновесие вдоль оси z:

$$\sigma_z(dy t) - \tau_{yz}(dz t) + \tau_{yz}(dz t) +$$

$$-\sigma_z(dy t) = 0 \quad \text{OK!}$$

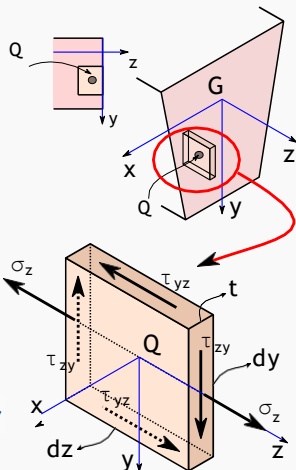
- Равновесие вдоль оси y:

$$-\tau_{zy}(dy t) + \tau_{zy}(dy t) = 0 \quad \text{OK!}$$

- Равновесие вокруг оси x:

$$\tau_{yz}(dz t) \left( \frac{dy}{2} \right) + \tau_{yz}(dz t) \left( \frac{dy}{2} \right)$$

$$-\tau_{zy}(dy t) \left( \frac{dz}{2} \right) - \tau_{zy}(dy t) \left( \frac{dz}{2} \right) = 0 \quad \text{т.е. } \tau_{zy} = \tau_{yz}$$





Параметр	Физические измерения	Единица СИ
Stress $\sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{zy}$	$FL^{-2}$	Pa
Area $A, d\Omega_n, d\Omega_y, \dots d\Omega_z$	$L^2$	$m^2$
$q, p_y$	$FL^{-1}$	N/m