

# ТЕОРИЯ БАЛОК – Несущие конструкции

Строительная механика

---

Проект ERAMCA

[Оценка экологических рисков и их снижение в отношении объектов культурного наследия в Центральной Азии](#)

v2o22317

Эта работа находится под лицензией Creative Commons «Attribution-ShareAlike 4.0 International».



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

[Цели преподавателя/студентов](#)

[Введение](#)

[Опоры](#)

[Классификация](#)

[Равновесие](#)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union





## Цели преподавателя/студентов



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

-  Представить наиболее распространенные опоры по перемещениям и усилиям.
-  Понять, как рассчитать внутренние и внешние реакции с использованием различных опор и распознать (простые) нестабильные конструкции.

# Введение

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

Первым шагом в решении любой задачи о равновесии твердого тела является построение соответствующей **диаграммы свободного тела**.

## Диаграммы свободного тела

На схеме необходимо показать **реакции**, посредством которых земля и другие тела противодействуют возможному движению тела.

**Идеализированная структурная схема реальной конструкции** удерживается фиксированной и в равновесии с помощью различных **структурных опор**.

Основные аспекты  
моделирования  
конструкции:

- геометрия
- материалы
- опоры
- нагрузки
- ...



# Опоры

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



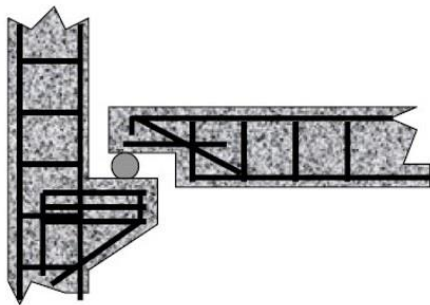
Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia



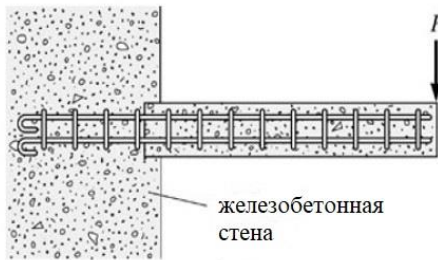




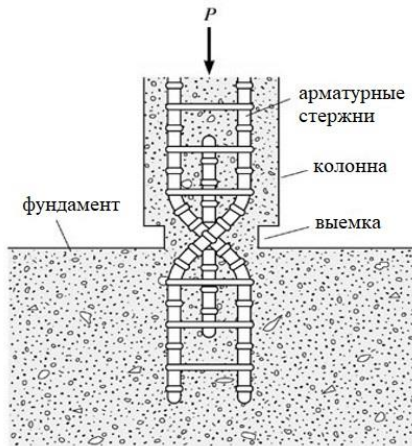


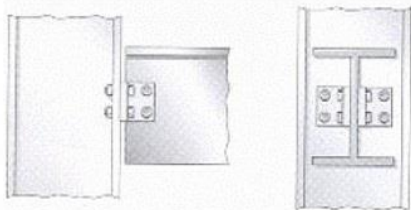


типичное соединение «на роликах»  
(бетон)

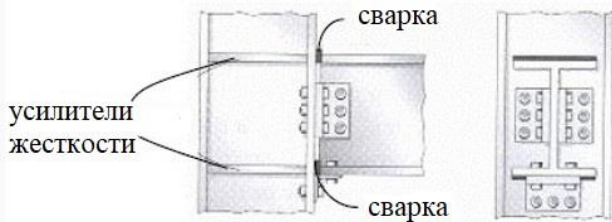


показано только усиление балки

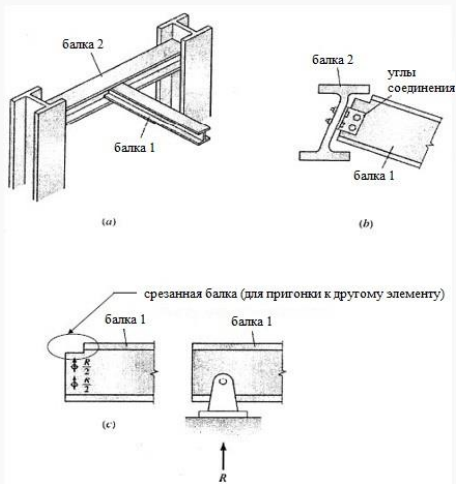


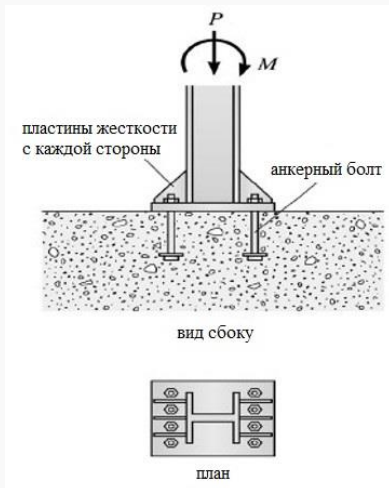


типичное соединение "штифт"  
(металл)



типичное соединение «неподвижно-опорное»  
(металл)







# Классификация

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

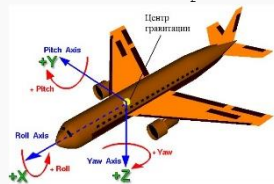
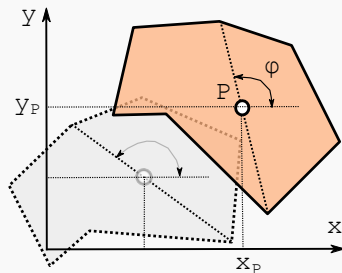


Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

Степени свободы: количество независимых параметров, определяющих конфигурацию системы

## Положение и ориентация твердого тела...

- ...в плоскости определяется **двумя** компонентами переноса и **одним** вращением (т.е. Три степени свободы,  $g = 3$ )
- ...в пространстве определяется **тремя** компонентами переноса и **тремя** компонентами вращения (т.е. **Шесть степеней свободы**,  $g = 6$ )

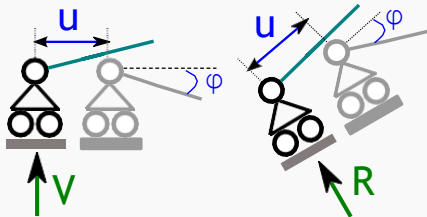


- Тип опор :
  - внешние опоры
  - внутренние связи
- Тип эффект :
  - Реакции (внутренние или внешние)
  - Перемещения (свободные или ограниченные)
- Степень свободы:
  - число  $\nu$  ограниченной степени свободы
- Реакции:
  - количество и тип реакций

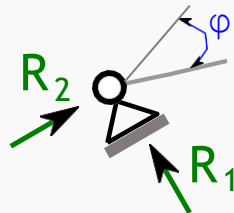
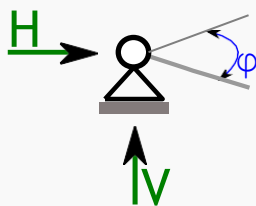
## В следующих...

... обсуждаются только плоские опоры (3 степени свободы для каждого твердого тела)

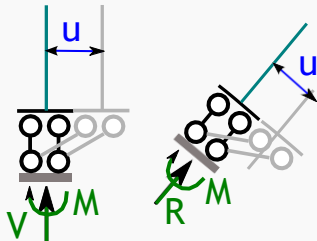
- Роликовая опора (шарнирно-подвижная опора): **одна реакция**, допускается **перемещение** и **вращение** ( $\nu = 1$ )



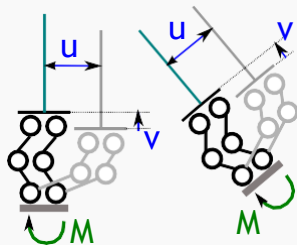
- Шарнир (шарнирно-неподвижная опора): **две реакции**, допускается **вращение** ( $\nu = 2$ )



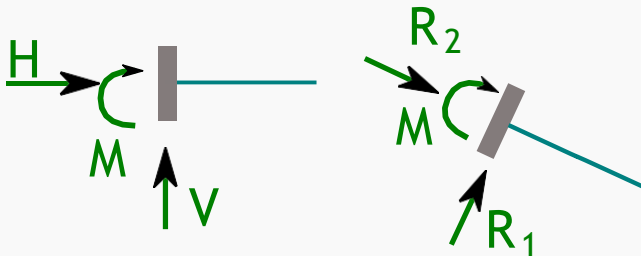
- Слайдер (направляющая опора): **две реакции**, **допускается перемещение** ( $v = 2$ )



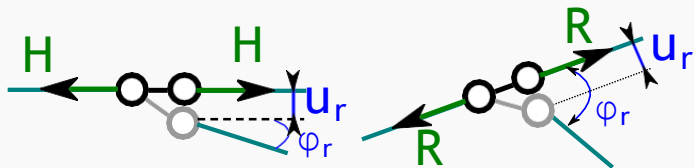
- Двойной слайдер: **одна реакция**, **допускаются перемещения** ( $v = 1$ )



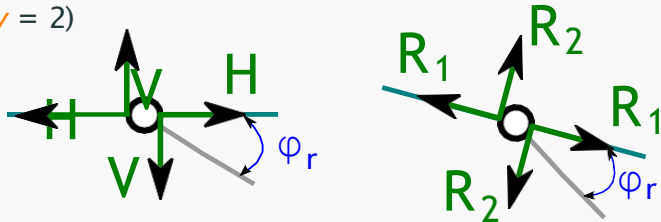
- Заделка (жесткое защемление): три реакции, не допускается перемещение и вращение ( $\nu = 3$ )



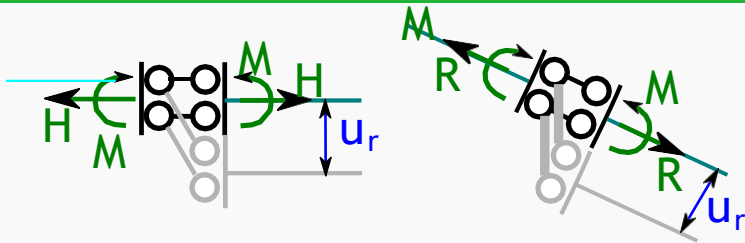
- Шарнирно-подвижные (связи): одна пара внутренних реакций, допускается относительное перемещение и вращение ( $v = 1$ )



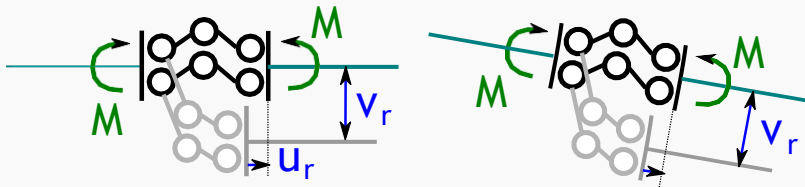
- Внутренний шарнир: две пары реакций, допускается относительное вращение ( $v = 2$ )



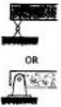
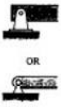



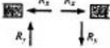








- Внутренний слайдер:  
две пары реакций,  
допускается  
относительное  
перемещение ( $v = 2$ )



- Внутренний  
двойной слайдер:  
пара реакций,  
допускаются  
перемещения ( $v = 1$ )

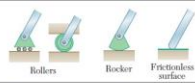

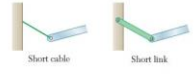

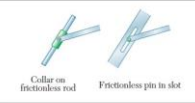









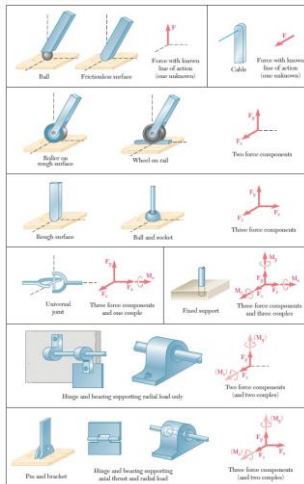
Тип	Схема	СИМВОЛ	Движения разрешены или запрещены	Силы реакции	Неизвестные созданы
(a) Шарнир	 <p>OR</p>	 <p>OR</p>	<p><i>Не допускается:</i> перемещение по горизонтали, перемещение по вертикали</p> <p><i>Разрешено:</i> вращение</p>	<p>Одиночная линейная сила неизвестного направления или эквивалентно Горизонтальная сила и вертикальная сила, являющиеся составляющими одной силы неизвестного направления</p>	
(b) Внутренний шарнир			<p><i>Предотвращено:</i> относительное смещение концов стержня</p> <p><i>Разрешено:</i> как вращение, так и горизонтальное и вертикальное перемещение</p>	<p>Равные и противоположно направленные горизонтальные и вертикальные силы</p>	
(c) Шарнирно-подвижная опора			<p><i>Предотвращено:</i> вертикальное перемещение</p> <p><i>Разрешены:</i> горизонтальное перемещение, вращение</p>	<p>Одна линейная сила (либо направленная вверх, либо вниз)</p>	
(d) Роверная опора		<p>OR</p>	<p><i>Предотвращено:</i> вертикальное перемещение</p> <p><i>Разрешены:</i> горизонтальное перемещение, вращение</p>	<p>Одна линейная сила (либо направленная вверх, либо вниз)</p>	
(e) Эластомерная подушка			<p><i>Предотвращено:</i> вертикальное перемещение</p> <p><i>Разрешены:</i> горизонтальное перемещение, вращение</p>	<p>Одна линейная сила (либо направленная вверх, либо вниз)</p>	

<p>(f) Заделка</p>			<p><i>Предотвращено:</i> горизонтальное перемещение, вертикальное перемещение, вращение</p> <p><i>Разрешено:</i> нет</p>	<p>Горизонтальная и вертикальная составляющие линейной равнодействующей, момент</p>	
<p>(g) Шарнирно-подвижные (связи)</p>			<p><i>Предотвращено:</i> движение в направлении связи</p> <p><i>Разрешено:</i> движение перпендикулярно реакции связи</p>	<p>Одна линейная сила в направлении связи</p>	
<p>(h) Подвижные защемления (Направляющий)</p>			<p><i>Предотвращено:</i> вертикальное перемещение, вращение</p> <p><i>Разрешено:</i> горизонтальное перемещение</p>	<p>Одиночная вертикальная линейная сила, момент</p>	

# Другие 2D опоры (BEER et AL.)

Support or Connection	Reaction	Number of Unknowns
 <p>Rollers      Rocker      Frictionless surface</p>	 <p>Force with known line of action</p>	1
 <p>Short cable      Short link</p>	 <p>Force with known line of action</p>	1
 <p>Collar on frictionless rod      Frictionless pin in slot</p>	 <p>Force with known line of action</p>	1
 <p>Frictionless pin or hinge      Rough surface</p>	 <p>Force of unknown direction</p>	2
 <p>Fixed support</p>	 <p>Force and couple</p>	3

# Трехмерные опоры (BEER et al.)



- Конструкция **неустойчива**, если общее количество неизвестных реактивных сил и составляющих моментов  $r = \sum_i v_i$  **меньше** трехкратного числа  $n$  частей элементов конструкции:

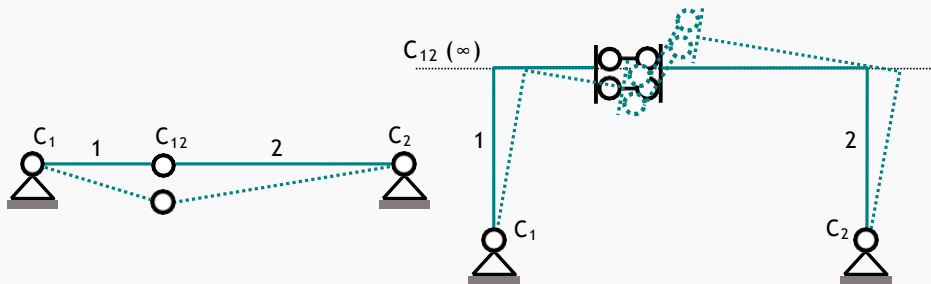
$$r < 3n$$

- Конструкция **устойчива**, если общее число неизвестных реактивных сил и составляющих моментов  $r = \sum_i v_i$  **не менее чем** в три раза превышает число  $n$  частей элементов конструкции:

$$r \geq 3n$$

при условии, что реакции членов не являются одновременными или параллельными или некоторые из компонентов образуют разборный механизм

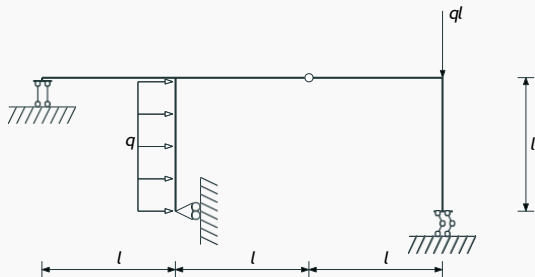
Неустойчивые конструкции с  $r = 3n$  (центр  $C_1$  для балки 1,  $C_2$  для балки 2 и относительный центр  $C_{12}$  совпадают)



## Нестабильные конструкции

Внимательно проверьте конструкции, чтобы найти механизм: неустойчивые конструкции, как правило, не выдерживают нагрузок!

- Конструкция **статически определима**, если общее число неизвестных реактивных сил и моментных составляющих  $r$  **равно** троекратному числу  $n$  частей элементов конструкции, т. е.  $r = 3n$

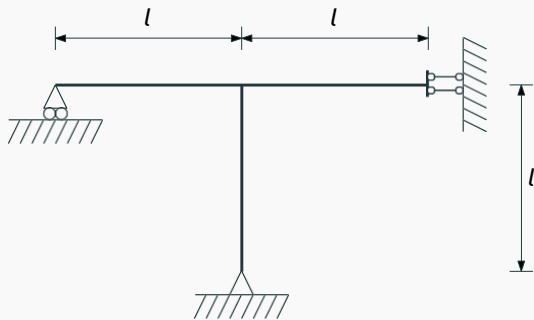


$$3n = 3 \times 2 = 6; r = \sum_i v_i = 2 + 1 + 2 + 1 = 6$$

**Равновесия достаточно**

Уравнений равновесия **достаточно**, чтобы решить структуру

- Конструкция считается **статически неопределимой**, если общее количество неизвестных реактивных сил и составляющих моментов  $r$  **более чем** в три раза превышает число  $n$  частей элементов конструкции, т. е.  $r > 3n$



$$3n = 3 \times 3 = 9; r = \sum_i v_i = 2 + 1 + 2 = 5$$

## Равновесия недостаточно

Уравнений равновесия недостаточно для решения структуры; должны быть добавлены условия совместности



# Равновесие

---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



Environmental Risk Assessment and Mitigation on Cultural  
Heritage Assets in Central Asia

## Равновесие

Конструкция считается находящейся в равновесии, если, первоначально находившаяся в покое, остается в покое под действием системы сил и пар

## Вся конструкция и ее части

Если структура находится в равновесии, то все ее члены и части также находятся в равновесии

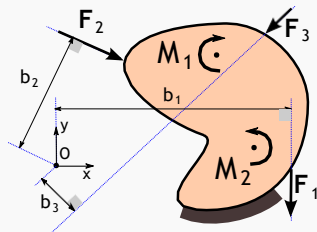
Для **плоской** конструкции, на которую действует копланарная система сил  $N_F$  и пар  $N_M$ , **необходимыми** и **достаточными** условиями равновесия являются:

$$R_x = \sum_{j=1}^{N_F} F_{j,x} = F_{1,x} + F_{2,x} + \dots = 0$$

$$R_y = \sum_{j=1}^{N_F} F_{j,y} = F_{1,y} + F_{2,y} + \dots = 0$$

$$M_z = \sum_{k=1}^{N_F+N_M} M_{k,z} = \sum_{j=1}^{N_F} F_j b_j + \sum_{j=1}^{N_M} M_{j,z} =$$

$$= F_1 b_1 + F_2 b_2 + \dots + M_1 + M_2 + \dots = 0$$



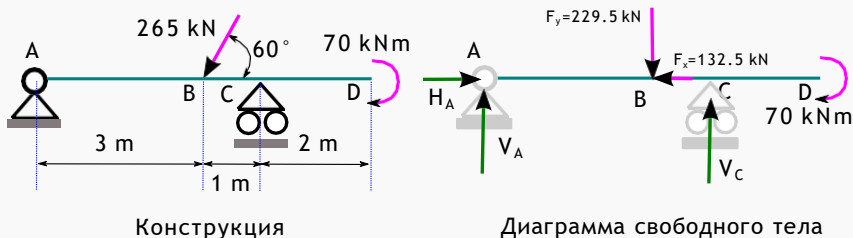
## Смысл в том, что...

...сумма **всех сил** по направлениям  $x$  и  $y$  должна быть равна нулю, и сумма всех **моментов** (сил и пар), относящихся к определенной точке, также должна быть равна нулю

Стоит отметить, что:

- **момент** – это сила, вызывающая вращение без поступательного движения, определяемая как сила  $F$ , умноженная на плечо рычага  $b$ , т.е.  $M = F \times b$
- **пара** – это две равные и противоположные силы  $F$ , разделенные плечом момента  $d$  (то есть две такие силы, которые не лежат на одной прямой) и, следовательно, вызывающие момент, т.е.  $M = F \times d$
- **плечо рычага**: расстояние, измеренное перпендикулярно от каждой силы до выбранной точки

Целью является расчет опорных реакций для конструкции:



Составляющими наклонной силы являются:

- $F_x = 265 \text{ kN} \times \cos 60^\circ = 132.5 \text{ kN}$
- $F_y = 265 \text{ kN} \times \sin 60^\circ = 229.5 \text{ kN}$

Учитывая диаграмму свободного тела (справа):

- Равновесие в горизонтальном направлении:

$$H_A - F_x = 0, \text{ i.e., } H_A = F_x = 132.5 \text{ kN},$$

- Равновесие по вертикали:

$$V_A + V_C - F_y = 0, \text{ i.e., } V_A = F_y - V_C = 229.5 \text{ kN} - V_C$$

- Равновесие относительно точки A:

$$V_A \times 0 + H_A \times 0 + V_C \times 4 \text{ m} - F_x \times 0 - F_y \times 3 \text{ m} - 70 \text{ kNm} = 0, \text{ i.e.,}$$
$$V_C = 189.6 \text{ kN}$$

Из второго уравнения (равновесие по вертикали) находится

$$V_A = 229.5 \text{ kN} - 189.6 \text{ kN} = 39.9 \text{ kN}$$